UNIVERSIDAD VERACRUZANA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA

“CALCULO Y DISEÑO DE ENGRANES HELICOIDALES”

MONOGRAFÍA

Que para obtener el título de:
INGENIERO MECÁNICO ELÉCTRICISTA

PRESENTA:
EMMANUEL JAÉN TLAZALO

XALAPA, VER. **FEBRERO 2011**

UNIVERSIDAD VERACRUZANA
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA ELÉCTRICA

PROGRAMA ACREDITADO POR EL
CONSEJO DE ACREDITACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LA INGENIERIA, A.C.

F I M E
XALAPA

AL C.
EMMANUEL JAEN TLAZALO
P R E S E N T E.

EN RELACION A SU SOLICITUD RELATIVA, ME ES GRATO TRANSCRIBIR A USTED A CONTINUACIÓN EL TEMA QUE APROBADO POR EL H. CONSEJO TÉCNICO Y LA DIRECCIÓN DE ESTA FACULTAD QUE PROPUESTO POR ING. JOSE A. VELASQUEZ PEREZ DESARROLLE CON LA MODALIDAD DE **MONOGRAFIA** DE INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA.

"CALCULO Y DISEÑO DE ENGRANES HELICOIDALES"

	INTRODUCCION
CAPITULO I	GENERALIDADES SOBRE ENGRANES
CAPÍTULO II	INTRODUCCION AL DISEÑO DE ENGRANES HELICOIDALES
CAPITULO III	DISEÑO DE ENGRANES HELICOIDALES
CAPITULO IV	USO DEL SOFTWARE AUTODESK INVENTOR PARA EL CALCULO Y DISEÑO DE ENGRANES HELICOIDADES
	CONCLUSION
	BIBLIOGRAFIA

ATENTAMENTE.

XALAPA, VER. A 26 DE ENERO DEL 2011.

DR. JUAN R. MESTIZO CERON
DIRECTOR

- jcc.

Circuito Gonzalo Aguirre Beltrán S/N
C.P. 91000 Zona Universitaria
Xalapa, Ver.

fime@uv.mx

Tel-Fax (228) 1 41 10 31
Directo (228) 8 42 17 57

Contenido

Introducción.

Capitulo 1 Generalidades sobre engranes

1.1 Historia y evolución de los engranes.

1.2 Clasificación de engranes.

1.2.1 Engranes de eje paralelo.

1.2.2 Engranes no paralelos coplanares

1.2.3 Engranes no paralelos no coplanares

1.3 Conceptos Básicos de Engranes Rectos.

1.3.1 Nomenclatura Básica de los engranes rectos.

1.3.1.1 Diámetro de paso y paso (circular, diametral y modulo)

1.3.1.2 Propiedades del diente del engrane

1.3.2 Ley Fundamental del engranamiento (acción conjugada) y relación de velocidad

1.3.3 Engranes con diente involuta

1.3.4 Acción del diente del engrane

1.3.5 Longitud y Relación de Contacto

1.3.6 Interferencia.

Capitulo 2 Introducción al diseño de engranes helicoidales

2.1 Geometría y terminología de los engranes helicoidales.

2.1.1 Angulo de hélice.

2.1.2 Ángulos de presión, planos primarios y fuerzas en engranes helicoidales.

2.1.3 Pasos para engranes helicoidales.

2.1.4 Distancia entre centros.

2.1.5 Numero formativo o virtual de dientes

2.1.6 Dimensiones de los dientes de engranes helicoidales

2.2 Análisis de fuerzas en engranes helicoidales

2.2.1 Carga dinámica en engranes helicoidales.

2.3 Ejemplos

2.3 Manufactura de engranes

2.3.1 Métodos más comunes de fabricación de engranes.

2.3.2 Otros métodos de producción de engranes.

2 .3.3 Métodos para acabados de engranes.

2.3.4 Materiales para la fabricación de engranes.

Capitulo 3. Diseño de engranes helicoidales.

3.1 Normas que rigen el diseño de engranes helicoidales.

3.2 Resistencia a la flexión de engranes helicoidales.

3.2.1 Ecuación de flexión de Lewis.

3.2.2 Ecuación de la AGMA.

3.3 Durabilidad de la superficie de engranes Helicoidales.

3.3.1 Ecuación de Buckingham para la carga de desgaste en engranes helicoidales.

3.3.2 Ecuación de desgaste de la AGMA para engranes helicoidales.

3.4 Potencia admisible.

3.5 Ejemplos de diseño de engranes helicoidales basados en resistencia a la flexión y desgaste.

Capitulo 4 Uso del software AUTODESK INVENTOR para el cálculo y diseño de engranes helicoidales.

4.1 Acelerador del diseño

4.2 Creación del engrane en 3D

4.3 Cálculos con base en la resistencia del engrane

Conclusión

Bibliografía

Introducción

El hombre a través del tiempo se ha encontrado en la necesidad de crear mecanismos y maquinas que le ayuden a resolver múltiples situaciones de su vida cotidiana. La transmisión de potencia y movimiento no es una excepción, ello ha llevado a que el hombre invente aparatos que van, desde los más sencillos como lo son las maquinas simples (palanca, rueda, plano inclinado, etc.), hasta los aparatos más complejos y complicados, como lo son los sistemas de transmisión de potencia basados en cadenas, bandas y engranajes, entre otros. Es así como abrimos pauta a uno de los mecanismos más utilizados para la transmisión de potencia y movimiento en el mundo de la industria actualmente, los engranes.

Desde el más pequeño reloj de pulsera hasta la transmisión por engranajes más compleja, el uso de engranes no solo permite transmitir movimiento y potencia, sino que además permite cambiar la velocidad de las maquinas con las que se trabaja. Es por ello que otra de las funciones que tienen los engranes, es que pueden ser usados como reductores o incrementadores de velocidad, generalmente se usan mas como reductores de velocidad porque en la industria los motores giran a velocidades muy altas.

Existe una gran variedad de tipos de engranes, la mayoría de ellos estandarizados por organizaciones especializadas en el ramo de la industria mecánica, y todos ellos son utilizados de acuerdo a alguna necesidad en especifica que se tenga, en la mayoría de los casos las necesidades van desde la capacidad de transmisión, esto es, cuanta potencia se requiere transmitir; la velocidad a la que se quiere transmitir y el tamaño del espacio con que se cuenta, entre otras.

El diseño de engranes representa una serie de requerimientos en función de las necesidades que se planteen, por ejemplo, un buen diseño deberá ser: compacto y pequeño, no ruidoso, tener larga vida, ser fácil de fabricar, ser compatible con el medio de instalación y por ultimo algo muy importante tener bajo costo. Es por ello que no es tan fácil diseñar engranes, para hacerlo se deben tener los conocimientos necesarios tanto teóricos como prácticos que nos permitan realizar un buen diseño. En la mayoría de los casos este diseño representa una serie de iteraciones que pretenden buscar un diseño optimo y no solo se diseña un solo par de engranes, se diseñan muchos y el que ofrezca los mejores resultados es el que se selecciona. Podría llegar a ser tedioso ya que los métodos de diseño de engranes no son sencillos de elaborar, cuando se iteran y se buscan muchos resultados también se invierte tiempo, y hoy en el mundo de la industria el tiempo es dinero.

Es por ello que existen otras herramientas para el diseño de engranes como lo son los programas y software´s, esto es el diseño asistido por computadora. Estos permiten crear los diseños de cualquier tipo de engranes y hacer cambios necesarios o que se requieran dentro del diseño hasta que se llegue a un resultado satisfactorio, esto en tiempo mínimo y con el menor esfuerzo, pero depende del diseñador que los resultados se logren.

Este trabajo está enfocado específicamente al cálculo y diseño de engranes helicoidales, los cuales constituyen uno de los tipos de engranes mayormente utilizados a nivel mundial para la transmisión de potencia y movimiento, está conformado por cuatro capítulos en los que se describen los conceptos necesarios para elaborar el diseño de un par de engranes helicoidales en función de algunas necesidades o requerimientos básicos como los mostrados con anterioridad, A continuación se describirá brevemente el contenido de este trabajo:

En el capítulo 1 se describen ciertas generalidades de los engranes, se muestra una clasificación de los tipos de engranes y se hace un apartado enfocado al estudio de los conceptos básicos de engranes rectos, este apartado es muy importante porque los engranes rectos son los engranes más sencillos en cuanto a su forma y diseño, por ello un estudio previo de sus características nos permite comprender de una manera fácil las características de los engranes helicoidales. Mucha de la información y nomenclatura de los engranes rectos es utilizada para los engranes helicoidales.

El capitulo 2 está enfocado a la terminología de los engranes helicoidales y al estudio de las fuerzas que se generan cuando están en funcionamiento, así también se describen los procesos de fabricación de engranes más comunes, esto nos da una panorámica mayor para comprender los métodos de diseño de los engranes helicoidales mostrados en el capítulo 3.

En el capítulo 3 se describen los métodos de diseño con base en dos tipos de resistencia que existe en los engranes, esto es, los engranes fallan debido a fuerzas de flexión y desgaste, la flexión se da en la parte de la raíz del diente de un engrane y el desgaste se da en la superficie del diente. Para cada una de las fallas los engranes se diseñan de acuerdo a dos alternativas que son las que se describen en este capítulo, tanto para flexión (método de Lewis y método de la AGMA), como para desgaste (Ec. de Buckingham y método de la AGMA). Por último en este capitulo se muestran tres ejemplos del diseño de engranes helicoidales, basados en casos que se asemejan a la realidad.

Y por ultimo en este trabajo, en el capítulo 4, se enfoca al diseño asistido por computadora, esto por medio del software de Autodesk Inventor 2011, en el se analizan y se comparan los resultados obtenidos de los ejemplos de diseño del capítulo 3.

Cabe mencionar que la presente monografía puede llegar a convertirse en una herramienta de gran ayuda para elaborar un diseño básico de un par de engranes helicoidales, pero se requieren conocimientos básicos previos de ingeniería mecánica y de materiales.

Capítulo 1

Generalidades sobre engranes

Los engranes son ruedas dentadas cilíndricas que se utilizan para transmitir potencia desde un eje giratorio a otro. Cuando una engrane esta acoplado a otra rueda dentada se considera como engranaje, aunque, este término se emplea para denominar a las ruedas dentadas individualmente. En un engranaje el engrane de mayor tamaño se le conoce con el nombre de engrane, y al de menor tamaño se le conoce como piñón, por lo general, en la mayor parte de las aplicaciones, el piñon es el elemento motriz o impulsor y el engrane es el impulsado, este generalmente gira a menor velocidad que el piñon.

Fig.1.1 Engranaje de dientes rectos, los ejes de los engranes son paralelos, al más pequeño de los dos engranes se le llama piñon, al más grande simplemente se le llama engrane.

1.1 Historia y evolución de los engranes.

Desde épocas muy remotas se han utilizado cuerdas y elementos fabricados en madera para solucionar los problemas de transporte, impulsión, elevación y movimiento. Nadie sabe a ciencia cierta dónde ni cuándo se inventaron los engranes. La literatura de la antigua China, Grecia, Turquía y Damasco mencionan engranes y sistemas de engranes (engranajes) pero no aportan muchos detalles de los mismos.

El mecanismo de engranajes más antiguo de cuyos restos disponemos es el mecanismo de Antikyithera. Se trata de una calculadora astronómica datada entre el 150 y el 100 a. C. y compuesta por al menos 30 engranajes de bronce con dientes triangulares. Presenta características tecnológicas avanzadas como por ejemplo trenes de engranajes epicicloidales que, hasta el descubrimiento de este mecanismo, se creían inventados en el siglo XIX.

Por citas de Cicerón se sabe que el de Anticitera no fue un ejemplo aislado sino que existieron al menos otros dos mecanismos similares en esa época, construidos por Arquímedes y por Posidonio. Por otro lado, a Arquímedes se le suele considerar uno de los inventores de los engranes porque diseñó un tornillo sin fin.

En China también se han conservado ejemplos muy antiguos de máquinas con engranes. Un ejemplo es el llamado "carro que apunta hacia el Sur" (120-250 d. C.), un ingenioso mecanismo que mantenía el brazo de una figura humana apuntando siempre hacia el Sur gracias al uso de engranajes diferenciales epicicloidales. Algo anteriores, de en torno a 50 d. C., son los engranajes helicoidales tallados en madera y hallados en una tumba real en la ciudad china de Shensi.

Fig.1.2 Mecanismo de Antikyithera

No está claro cómo se transmitió la tecnología de los engranajes en los siglos siguientes. Es posible que el conocimiento de la época del mecanismo de Anticitera sobreviviese y contribuyese al florecimiento de la ciencia y la tecnología en el mundo islámico de los siglos IX al XIII. Por ejemplo, un manuscrito andalusí del siglo XI menciona por vez primera el uso en relojes mecánicos tanto de engranajes epicíclicos como de engranajes segmentados. Los trabajos islámicos sobre astronomía y mecánica pueden haber sido la base que permitió que volvieran a fabricarse calculadoras astronómicas en la Edad Moderna. En los inicios del Renacimiento esta tecnología se utilizó en Europa para el desarrollo de sofisticados relojes, en la mayoría de los casos destinados a edificios públicos como catedrales.

Leonardo da Vinci, muerto en Francia en 1519, dejó numerosos dibujos y esquemas de algunos de los mecanismos utilizados hoy diariamente, incluido varios tipos de engranajes de tipo helicoidal.

Los primeros datos que existen sobre la transmisión de rotación con velocidad angular uniforme por medio de engranajes, corresponden al año 1674, cuando el famoso astrónomo danés Olaf Roemer (1644-1710) propuso la forma o perfil del diente en epicicloide.

Robert Willis (1800-1875), considerado uno de los primeros ingenieros mecánicos, fue el que obtuvo la primera aplicación práctica de la epicicloide al emplearla en la construcción de una serie de engranajes intercambiables. De la misma manera, de los primeros matemáticos fue la idea del empleo de la evolvente de círculo en el perfil del diente, pero también se deben a Willis las realizaciones prácticas. A Willis se le debe la creación del odontógrafo, aparato que sirve para el trazado simplificado del perfil del diente de evolvente.

Es muy posible que fuera el francés Phillipe de Lahire el primero en concebir el diente de perfil en evolvente en 1695, muy poco tiempo después de que Roemer concibiera el epicicloidal.

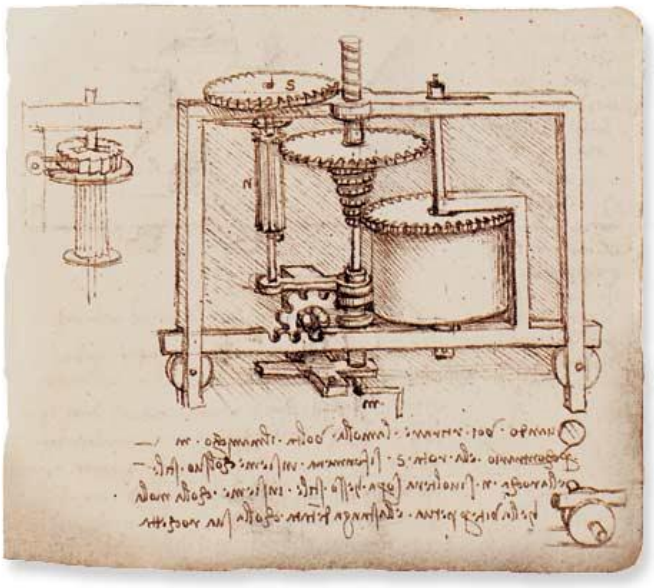


Fig.1.3 Mecanismo de engranajes diseñado por Leonardo Da Vinci.

La primera aplicación práctica del diente en evolvente fue debida al suizo Leonhard Euler (1707). En 1856, Christian Schiele descubrió el sistema de fresado de engranajes rectos por medio de la fresa madre, pero el procedimiento no se llevaría a la práctica hasta 1887, a base de la patente Grant.

En 1874, el norteamericano William Gleason inventó la primera fresadora de engranajes cónicos y gracias a la acción de sus hijos, especialmente su hija Kate Gleason (1865-1933), convirtió a su empresa Gleason Works, radicada en Rochester (Nueva York, EEUU) en una de los fabricantes de máquinas herramientas más importantes del mundo.

En 1897, el inventor alemán Robert Hermann Pfauter (1885-1914), inventó y patentó una máquina universal de dentar engranajes rectos y helicoidales por fresa madre. A raíz de este invento y otros muchos inventos y aplicaciones que realizó sobre el mecanizado de engranajes, fundó la empresa Pfauter Company que, con el paso del tiempo, se ha convertido en un multinacional fabricante de todo tipo de máquinas-herramientas.

En 1906, el ingeniero y empresario alemán Friedrich Wilhelm Lorenz (1842-1924) se especializó en crear maquinaria y equipos de mecanizado de engranajes y en 1906 fabricó una talladora de

engranajes capaz de mecanizar los dientes de una rueda de 6 m de diámetro, módulo 100 y una longitud del dentado de 1,5 m.

A finales del siglo XIX, coincidiendo con la época dorada del desarrollo de los engranajes, el inventor y fundador de la empresa Fellows Gear Shaper Company, Edwin R. Fellows (1846-1945), inventó un método revolucionario para mecanizar tornillos sin fin glóbicos tales como los que se montaban en las cajas de dirección de los vehículos antes de que fuesen hidráulicas.

En 1905, M. Chambon, de Lyon (Francia), fue el creador de la máquina para el dentado de engranajes cónicos por procedimiento de fresa madre. Aproximadamente por esas fechas André Citroën inventó los engranajes helicoidales dobles.

1.2 Clasificación de engranes.

Los engranes se dividen en tres clases fundamentalmente: engranajes de eje paralelo, engranajes de ejes no paralelos coplanares y engranajes de ejes no paralelos y no coplanares. A continuación, se hace una descripción de cada una de las clases.

1.2.1 Engranes de eje paralelo

Los engranes de eje paralelo son el tipo de engranaje más simple y común, conectan ejes paralelos y pueden transferir grandes cantidades de potencia con alta eficiencia. En esta clasificación, los engranajes rectos y helicoidales son los dos principales tipos.

Engranes rectos.

Los engranes rectos, estos tienen dientes paralelos al eje de rotación y se emplean para transmitir potencia y movimiento de un eje a otro eje paralelo. De todos los tipos de engranes que existen el engrane recto es el más sencillo, esta es la razón por la cual este tipo de engranes se usa para desarrollar las relaciones cinemáticas básicas de la forma de los dientes.

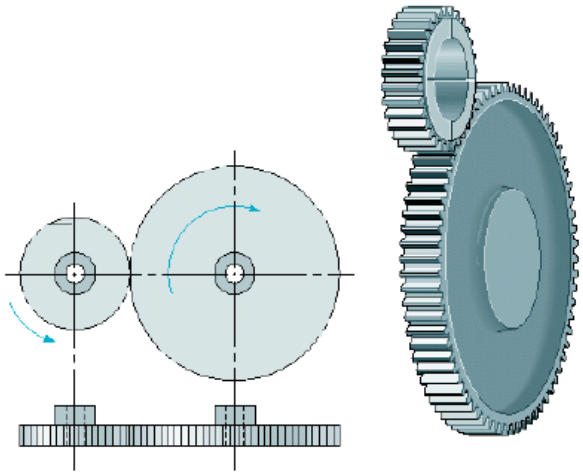


Fig.1.4 Se muestra un engranaje de dientes rectos de ejes paralelos, así como su sentido de rotación

Engranes helicoidales.

Los engranes helicoidales, este tipo de engranes a diferencia de los rectos poseen dientes inclinados con respecto al eje de rotación, y al igual que los engranes rectos se utilizan para las mismas aplicaciones. Estos presentan algunas ventajas en comparación con los engranes rectos entre ellas la más importante es que al ser utilizados para transmitir movimiento no son tan ruidosos, debido al engranado más gradual de los dientes durante el acoplamiento. Asimismo el diente inclinado desarrolla cargas de empuje y pares de flexión que no están presentes en los engranes rectos. En ocasiones, los engranes se usan para transmitir movimiento entre ejes no paralelos.

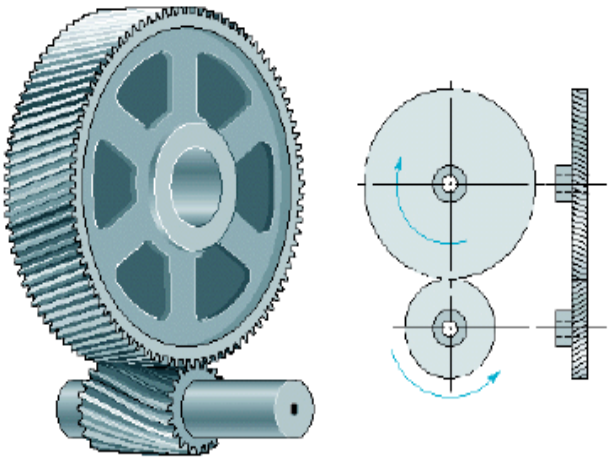


Fig.1.5 Se muestra un par de engranes helicoidales de ejes paralelos.

Los dos tipos de engranes anteriores son los más representativos de acuerdo a la clasificación que se da, pero también existen otro tipo de engranes que son no menos importantes que los mencionados anteriormente entre ellos se encuentran los engranes del tipo doble helicoidal y los engranes de dientes internos.

Engranes tipo doble helicoidal.

Este tipo de engranes también son llamados “espina de pescado” y son una combinación de engranes helicoidales de doble hélice (derecha e izquierda). Entre algunas de sus ventajas se encuentra que este tipo de engranes es que el empuje axial que absorben los apoyos o cojinetes de los engranes helicoidales es eliminada por la reacción del empuje igual y opuesto de la rama simétrica de un engrane helicoidal doble. Un miembro de de un engranaje de este tipo debe ser apto para absorber la carga axial de tal forma que impida cargas excesivas en el diente del engrane provocadas por la disparidad de las dos mitades del engrane. Ya que no hay empuje axial en este tipo de engrane el ángulo de hélice generalmente es mayor que en los engranes helicoidales de una sola hélice.

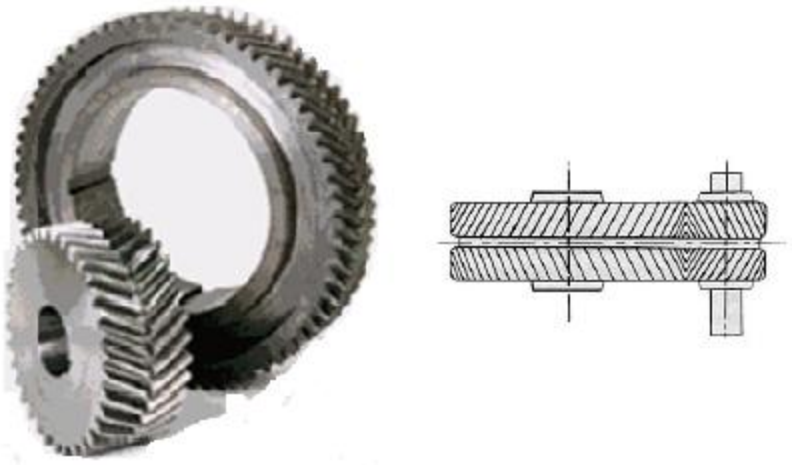


Fig.1.6 Se muestra un par de engranes de tipo doble helicoidal.

Engranes de dientes internos

En este tipo de engranes los dientes están orientados al interior en vez de apuntar hacia afuera. La resistencia de un engrane de dientes internos es mayor que la de uno de dientes externos equivalente.

Entre algunas de sus ventajas es que operan a menor distancia entre centros con su piñon que los externos de mismo tamaño. Esto permite un diseño más compacto pero no pueden emplearse cuando el numero de dientes del piñon es aproximado al número de dientes del engrane.

1.2.2. Engranes no paralelos coplanares

Los engranes cónicos (Coniflex), Zerol y espirales, se encuentran en la clase coplanar no paralela. La característica común de esta clase es la reexpedición de la potencia alrededor de una esquina, como se podría requerir, por ejemplo, cuando se conecta un motor montado horizontalmente al eje del rotor montado verticalmente en un helicóptero. Este tipo de engranes se obtiene de piezas en forma de cono, y existen cuatro tipos principales de engranes cónicos: engranes cónicos rectos, engranes cónicos helicoidales, engranes cónicos hipoidales.

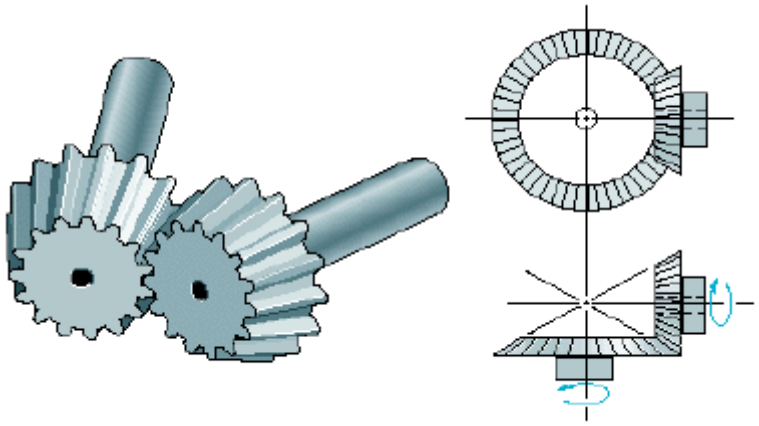


Fig.1.7. Se muestra un par de engranes cónicos rectos así como su sentido de giro.

Engranes cónicos rectos "Coniflex".

Es el tipo de engrane cónico más sencillo, Su nombre se deriva debido a que los dientes de este tipo de engranes están cortados en forma recta, tienen un cono y si se prologan hacia el interior se intersecarían todos en un vértice sobre la flecha. Los engranes cónicos rectos se les usa principalmente para velocidades relativamente bajos con velocidades en la línea de paso de hasta 10000 pies/min y donde el ruido y la suavidad del movimiento no sean de consideración importante. Sin embargo algunos de ellos cuando se les da una operación de acabado tal como esmerilaje, se han usado con éxito en velocidades de hasta 15000 pies/ min.

Engranes cónicos Zerol.

Son una forma especial de los engranes cónicos en espiral con dientes curvos cuyo ángulo medio de la espiral es cero. Pueden ser usados en el mismo tipo de transmisiones que los engranes Coniflex.

Engranes cónicos espiral.

La relación entre un engrane cónico recto y un espiral es similar a la que tienen los engranes rectos con los helicoidales. Los dientes de un engrane cónico son curvos y oblicuos y como resultado tienen una gran cantidad de traslape, esto asegura siempre más de un diente en contacto, lo que da un acoplamiento gradual. Las cargas que se transmiten con un engrane de este tipo son mayores que las que se pueden transmitir con un engrane cónico recto del mismo tamaño, además de que giras más suave y silenciosamente.

Fig.1.8 Se muestran tres tipos básicos de engranes cónicos. (De izquierda a derecha: Engrane cónico de dientes rectos, Engrane cónico tipo Zerol y engrane cónico tipo hipoidal.)

Engranes cónicos hipoidales.

Su apariencia se asemeja a los engranes cónicos en espiral, excepto que el eje del piñon esta descentrado, arriba o abajo del eje del engrane. Un descentrado suficiente de un hipoide, permite un montaje separado de piñon y engrane. Este tipo de engranes permite una operación más suave y silenciosa que los engranes cónicos de espiral. Sin embargo como en todos los engranajes de ejes que no se interceptan, el deslizamiento tiene lugar a través de la cara de los dientes con la consecuente pérdida de potencia.

1.2.3 Engranes no paralelos no coplanares

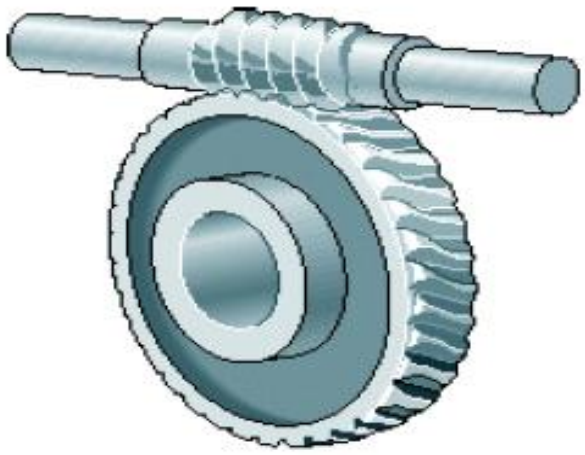


Fig. 1.9 Engranaje formado por un tornillo sinfín o de gusano y su engrane o corona de simple envolvente. Son instalados en ejes perpendiculares.

Los engranes no paralelos no coplanares son más complejos en cuanto a geometría y fabricación que cualquier otro engranaje. Como resultado, estos engranes son más caros que cualquier otro. Estos engranes proporcionan relaciones de reducción considerablemente más altas que los conjuntos de engranajes anteriores, pero su capacidad de soporte de carga es baja, su presión de contacto es alta y la tasa de desgasta es alta también. Así, solo se recomiendan para aplicaciones con carga ligera.

Los engranes de gusano.

Son un tipo básico de engranes que se encuentran entre esta clasificación y aunque los engranes helicoidales cruzados pueden usarse con flechas que no son paralelas y no se intersecan, su capacidad de transmisión de carga está muy limitada.

Los engranes de gusano consisten en el gusano que es muy similar a un tornillo (tornillo sin fin), y el engrane de gusano (corona), el cual es un engrane helicoidal. Las flechas en las que están instalados son perpendiculares. Una de las ventajas que se obtienen en el uso de este tipo de engranes es que el engranamiento del diente ocurre sin choque, lo cual es muy común que suceda en otro tipo de engranes. De hecho el engranamiento de dos dientes ocurre con una acción deslizante, lo cual produce funcionamiento sin ruido que puede producir sobrecalentamiento.

Los engranes de gusano pueden ser de simple o doble envolvente. El conjunto de envolvente simple el ancho del engrane helicoidal está cortado con superficie cóncava, de este modo envuelve parcialmente al gusano al tiempo de estar engranando. Los engranes de gusano de doble envolvente tanto la superficie del gusano como el engrane helicoidal están cortados de manera cóncava, como resultado de esto, tanto el gusano como el engrane están parcialmente encerrados al estar engranados. La doble envolvente hace que se tenga un número mayor de dientes en contacto lo que

permite transmitir cargas mayores. Por lo general los gusanos se fabrican de acero aleado con endurecimiento superficial, y el engrane esta hecho de bronce. El engrane se fabrica con el método de fresado mientras que el gusano ordinario en un torno.

Engranes helicoidales de ejes que se cruzan.

Dentro de esta clasificación también se tienen los engranes de tipo helicoidal de ejes no paralelos, estos engranes son el tipo más simple de engranes cuyas flechas no se interceptan teniéndose una acción conjugada. Puede considerárseles como engranes sinfín no envolventes. Estos pueden fabricarse con cualquier maquina que fabrique engranes helicoidales. Además el par de engranes de un juego de engranes helicoidales debe ser de hélice contraria, en el juego de engranes helicoidales que se cruzan pueden acoplarse engranes con hélices del mismo sentido u opuestas.

Fig. 1.10 Engrane y piñon de dientes helicoidales acoplados en ejes perpendiculares.

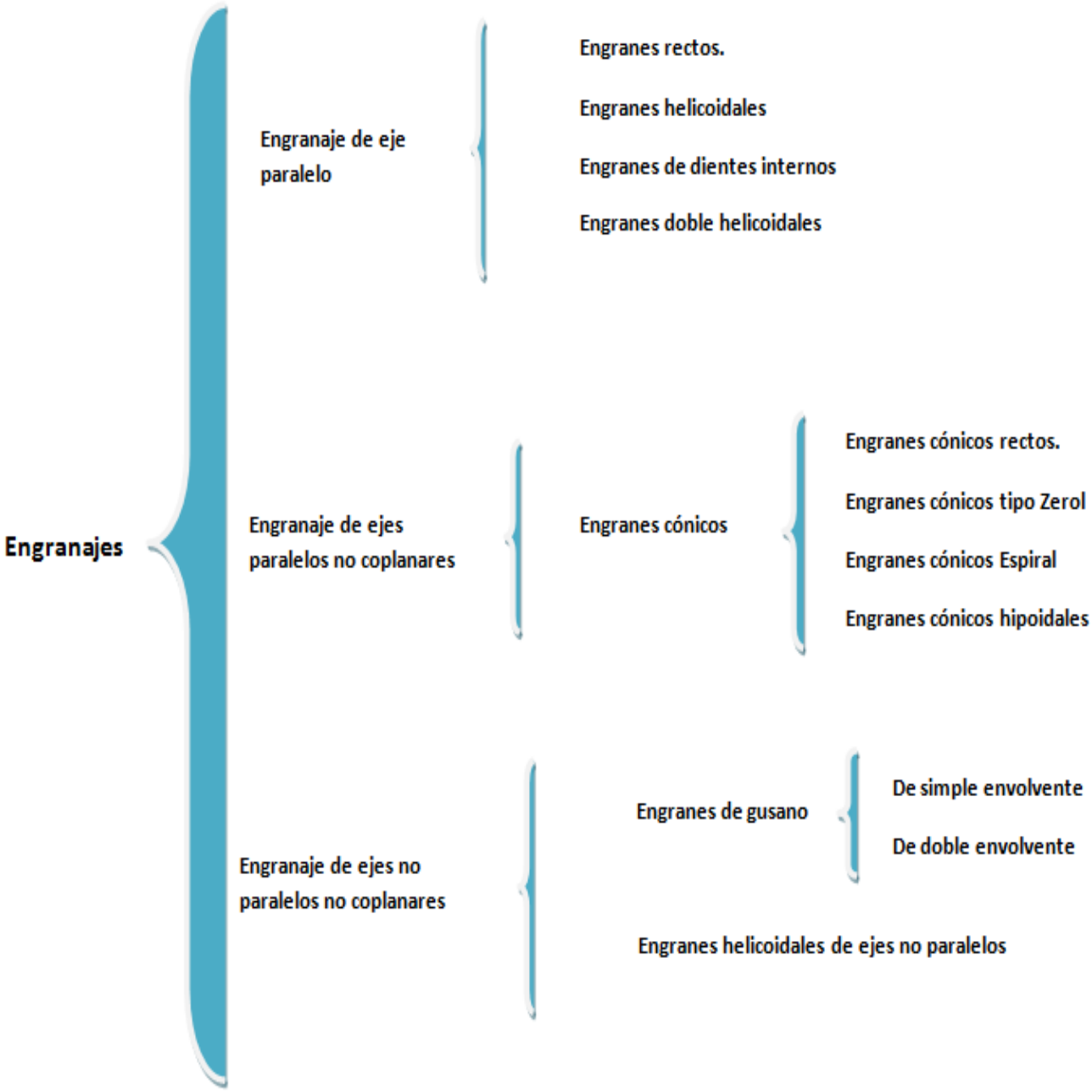


Fig.1.11 Clasificación de engranajes

1.3 Conceptos Básicos de Engranes Rectos.

Este trabajo está enfocado al diseño de engranes helicoidales, pero, es imprescindible saber que, su nomenclatura básica, está referida a la que tienen los engranes rectos, es por ello que en este capítulo se describen sus características básicas, esto con el fin de comprender más fácilmente la terminología de los engranes helicoidales. Cabe mencionar que en este capítulo no se describe el análisis de fuerzas para los engranes rectos, solo se describirá el análisis de fuerzas y los parámetros para el diseño de engranes helicoidales, pero se hará en capítulos posteriores.

1.3.1 Nomenclatura básica de los engranes rectos.

Los engranes rectos se utilizan para transmitir potencia y movimiento angular entre ejes paralelos, son los engranes más sencillos de analizar, es por ello que, su estudio es necesario para comprender algunos otros tipos de engranes. A continuación se describen las propiedades de los dientes de engranes rectos, individuales y en conjunto. Los términos y símbolos se apegan a las normas de la Asociación Americana de Fabricantes de Engranes (AGMA) por sus siglas en ingles.

1.3.1.1 Diámetro de paso (D) y Paso

La circunferencia de paso o circulo de paso es un circulo teórico en el que por lo general se basan todos los cálculos para el diseño de engranes rectos. Su diámetro es el diámetro de paso. Cuando existe un acoplamiento entre dos engranes (piñon y engrane) es importante mencionar que durante el engranamiento los círculos de paso de cada engrane permanecen tangentes. Se usara el símbolo D_P para indicar el diámetro de paso del piñon y D_G para el diámetro de paso del engrane. Así también haremos referencia el numero de dientes de cada engrane para el piñon su número de dientes se representara como N_P y para el engrane será representado como N_G. Debemos observar que el diámetro de paso esta en algún lugar del interior de la altura del diente, por lo que no es posible medirlo en forma directa, se debe calcular partiendo de otras propiedades que se describirán a continuación.

Paso.

La distancia entre dientes adyacentes y el tamaño de los dientes se controlan mediante el paso de los dientes. Existen tres tipos de indicar el paso que son de uso común en los engranes: a) paso circular, b) paso diametral y c) modulo métrico.

a) Paso circular (p).

El paso circular (p) de un engrane recto está definido como la distancia sobre el circulo de paso, desde un punto en el diente hasta el punto correspondiente en el diente adyacente.

Se puede observar que es una longitud de arco y se expresa en por lo general en pulgadas. Para calcular el valor del paso circular, se toma la circunferencia del círculo de paso y se divide entre un número de partes iguales, este es el número de dientes. Si N es el número de dientes entonces la relación que define el paso circular es:

$$\boldsymbol{p = \frac{\pi D}{N}} \qquad (\mathbf{1.1})$$

El tamaño del diente aumenta cuando aumenta el valor paso circular, porque hay un círculo de paso mayor para la misma cantidad de dientes. Así también se debe cumplir que para que dos engranes engranen de manera adecuada, el paso circular debe ser idéntico. Entonces podemos referir esta igualdad en términos de un acoplamiento de piñon y engrane como sigue:

$$\boldsymbol{p = \frac{\pi D_G}{N_G} = \frac{\pi D_P}{N_P}} \qquad (\mathbf{1.2})$$

Hoy se usa poco el paso circular, a veces es adecuado usarlo cuando se van a fabricar engranes grandes fundidos. Para facilitar la plantilla del patrón de colado se traza la cuerda de la longitud de arco del paso circular. También algunas maquinas y líneas de producto han usado en forma tradicional engranes con paso circular y continúan haciéndolo. En la tabla (2.1), se muestran Pasos circulares normalizados.

PASOS CIRCULARES NORMALIZADOS (Pulgadas).

10.0	7.5	5.0
9.5	7.0	4.5
9.0	6.5	4.0
8.5	6.0	3.5
8.0	5.5	

Tabla 1.1 Pasos circulares Normalizados. [Fte. Mott, Diseño de elementos de maquinas Ed.4]

PASOS DIAMETRALES NORMALIZADOS (Dientes/ pulgadas).

Paso Grueso (Pd<20)				Paso Fino(Pd>=20)	
1.0	2.0	5.0	12.0	20.0	72.0
1.25	2.5	6.0	14.0	24.0	80.0
1.5	3.0	8.0	16.0	32.0	96.0
7.75	4.0	10.0	18.0	48.0	120.0
				64.0	

Tabla 1.2 Pasos Diametrales normalizados. [Fte. Mott, Diseño de elementos de maquinas Ed.4]

b) Paso Diametral (P_d)

El paso diametral (P_d) está definido por el numero de dientes del engrane dividido entre el diámetro del circulo de paso. Su definición básica es:

$$\boldsymbol{P_d = \frac{N}{D}} \qquad (\mathbf{1.3})$$

Es el sistema de paso que actualmente se usa con más frecuencia en Estados Unidos y como sus unidades son plg^{-1} casi nunca se indican estas unidades y a los engranes se les indica como paso 8 o paso 20, por mencionar ejemplos. Una de las ventajas del paso diametral es que hay una lista de pasos normalizados y la mayor parte de los pasos tienen valores enteros. A los de paso 20 o mayor se les llama paso fino y a los de paso menor a 20, paso grueso. Se consiguen otros valores intermedios, pero la mayoría de los fabricantes producen engranes con esta lista de pasos, por eso, es importante comprobar la disponibilidad antes de especificar un paso de manera definitiva.

Como se menciono antes el paso de los dientes determina su tamaño y dos engranes de diferente tamaño deben tener el mismo paso es por ello que se puede expresar en términos de piñon y engrane como sigue

$$\boldsymbol{P_d = \frac{N_P}{D_P} = \frac{N_G}{D_G}} \qquad (\mathbf{1.4})$$

En la figura se muestran los perfiles de algunos dientes con paso diametral normal. Se puede observar que al aumentar el valor numérico del paso diametral disminuye el tamaño físico del diente y viceversa.

Fig. 1.12 Se muestra el efecto del valor del paso diametral en tamaño relativo del diente del engrane. Con el menor paso Diametral se tiene un engrane de diente más alto.

Existe cierta relacion entre el paso diametral y el paso circular ya que a veces es necesario convertir de paso circular a paso diametral o viceversa. Sus deficiniciones permiten contar con un metodo sencillo para hacerlo.

Si se despeja el diametro de paso en las ecuaciones (1.1)y(1.3), se tienen las siguientes relaciones:

$$D = \frac{N\,p}{\pi} \quad \text{y} \quad D = \frac{N}{P_d}$$

Al igualar estas expresiones tenemos:

$$\frac{\boldsymbol{N\,p}}{\boldsymbol{\pi}} = \frac{\boldsymbol{N}}{\boldsymbol{P_d}} \qquad (\mathbf{1.5})$$

$$\boldsymbol{pP_d = \pi} \quad (\mathbf{1.6})$$

El paso circular equivalente para un engrane con paso diametral 1 es $\pi = 3.1416$. En las tablas 1.1 y 1.2 se observa que los pasos circulares que aparecen son para los dientes mas grandes, que se prefieren cualdo el paso diametral es menor que 1. Se prefiere usar el paso diametral para tamaños equivalentes al paso 1 o menores.

c) **Modulo metrico (*m*).**

Representa la relacion del diametro de paso con el numero de dientes, la unidad de longitud que lo defiene o que suele emplearse el es milimetro (mm). El modulo(*m*) es considerado como el paso de los engranes en el sistema metrico.Para determinar el modulo de un engrane se divide el diametro de paso del engrane, en milimetros, entre el numero de dientes Esto es:

$$\boldsymbol{m = \frac{D_G(en\ mm)}{N_G} = \frac{D_P(en\ mm)}{N_P}} \quad (\mathbf{1.7})$$

Rara vez se nesecita pasar del sistema del modulo al paso diametral sin embargo se puede hacer referencia al paso diametral a traves de la siguiente expresion.

$$\boldsymbol{m = \frac{25.4}{P_d}} \quad (\mathbf{1.8})$$

El valor del módulo se fija mediante cálculo de resistencia de materiales en virtud de la potencia a transmitir y en función de la relación de transmisión que se establezca. El tamaño de los dientes está normalizado. El módulo está indicado por números. Dos engranajes que engranen tienen que tener el mismo módulo.

En los países anglosajones se emplea otra característica llamada Diametral Pitch, que es inversamente proporcional al módulo. La tabla 1.3 muestra algunos valores de modulos normalizados y la relacion que tiene cada uno con su paso diametral equivalente.

Módulos normalizados

Módulo (mm)	P_d equivalente	P_d normalizado más cercano (dientes/pulg)
0.3	84.667	80
0.4	63.500	64
0.5	50.800	48
0.8	31.750	32
1	25.400	24
1.25	20.320	20
1.5	16.933	16
2	12.700	12
2.5	10.160	10
3	8.466	8
4	6.350	6
5	5.080	5
6	4.233	4
8	3.175	3
10	2.540	2.5
12	2.117	2
16	1.587	1.5
20	1.270	1.25
25	1.016	1

Tabla 1.3 Módulos normalizados. [**Fte. Mott, Diseño de elementos de maquinas Ed.4**]

1.3.1.2 Propiedades del diente del engrane.

Al diseñar o inspeccionar dientes de engranes se deben considerar varias propiedades especiales, algunas de ellas se especifican en la figura 1.13. A continuación se definen algunas de ellas

Adendo, o altura de la cabeza (a): Es la distancia radial desde el círculo de paso hasta la el exterior del diente.

Dedendo, o altura del pie (b): Es la distancia radial desde el círculo de paso hasta el fondo del espacio del diente.

Holgura radial o claro (c): La distancia radial desde el exterior del diente hasta el fondo del hueco entre dientes del engrane opuesto, cuando el diente es totalmente engranado. La holgura radial está definida como:

$$\boldsymbol{c = b - a} \qquad (\mathbf{1.9})$$

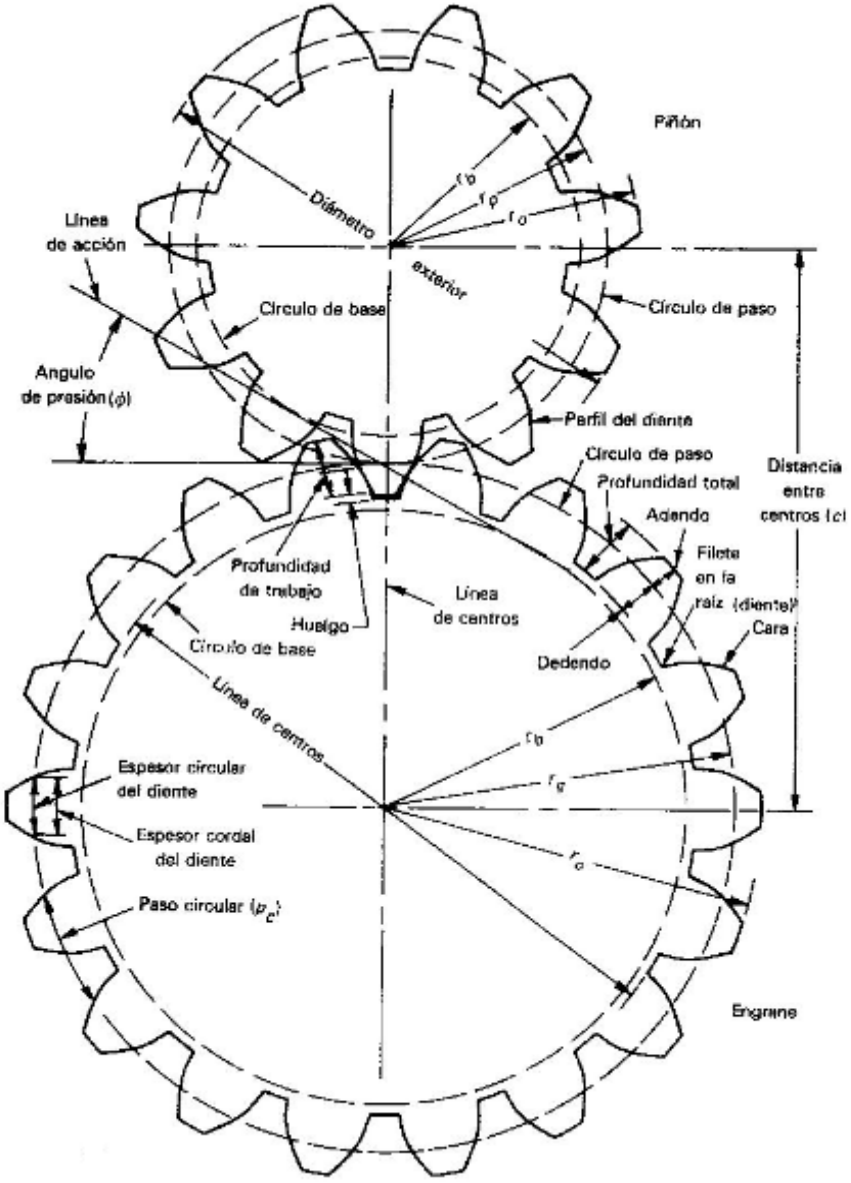


Fig.1.13 Se muestra la geometría básica y la nomenclatura de un engranaje de dientes rectos. Se indican algunas características más importantes en el diseño de engranes.

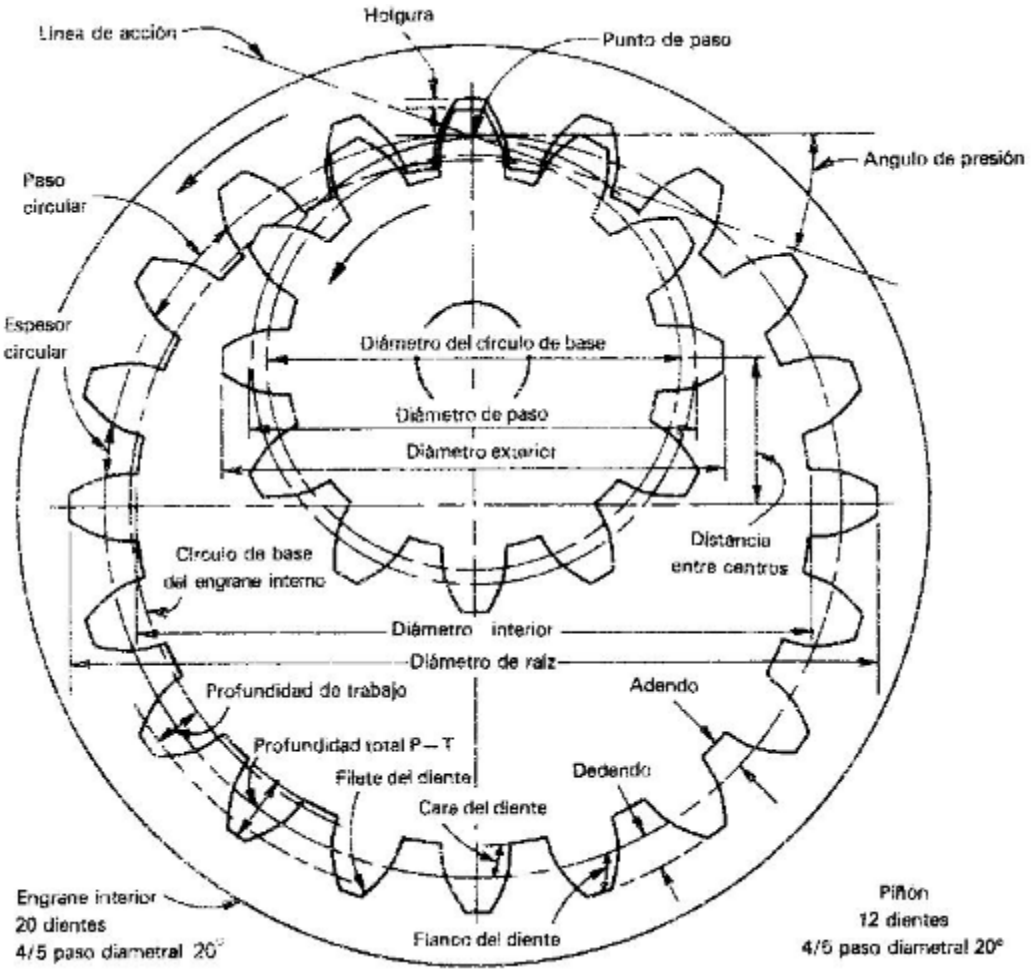


Fig.1.14 Se muestra la geometría básica y nomenclatura de un engrane de dientes internos trabajando con un piñon.

Para determinar el adendo y el dedendo existen sistemas de dientes estandarizados que muestran las ecuaciones básicas referidas al ángulo de presión.

Un sistema de dientes constituye una norma que especifica las relaciones que deben existir entre adendo, dedendo, altura de trabajo, grueso del diente y angulo de presion. La finalidad de esto es de que puedan intercambiarse los engranes de cualquier numero de dientes pero del mismo angulo de presion y paso. En la tabla 1.4 se muestra una lista de las proporciones de los dientes para trabajar en el sistema ingles, completamente intercambiables y para distancias de centros estandar.

Algunos de los sistemas de dientes que ya estan en deshuso son los dos sistemas AGMA de $14\frac{1}{2}°$, el sistema Fellows de 20° de ientes cortos y el sistema Brown y el sistema Sharpe. No deben usarse sietmas en desuso para los nuevos diseños, es necesario consultarlas cuando se rediseña maquinaria existente en la que ya se hayan utilizado los sistemas anticuados.

Siempre que sea posible deben emplearse los pasos diametrales mostrados en la tabla, esto para mantener el minimo inventario de herramienta de corte para engranes.

	$14\frac{1}{2}$ profundidad completa	$14\frac{1}{2}°$ compuesto	20° involuta profundidad completa	20° corto involuta	20° paso grueso	20° paso fino	25° involuta profundidad completa
Adendo	$\frac{1}{P}$	$\frac{1}{P}$	$\frac{1}{P}$	$\frac{0.8}{P}$	$\frac{1}{P}$	$\frac{1}{P}$	$\frac{1}{P}$
Dedendo	$\frac{1.157}{P}$	$\frac{1.157}{P}$	$\frac{1.25}{P}$	$\frac{1}{P}$	$\frac{1.25}{P}$	$\frac{1.2}{P}$ + 0.002 plg	$\frac{1.25}{P}$
Huelgo	$\frac{0.157}{P}$	$\frac{0.157}{P}$	$\frac{0.25}{P}$	$\frac{0.2}{P}$	$\frac{0.25}{P}$	$\frac{0.2}{P}$ + 0.002 plg	$\frac{0.25}{P}$
Profundidad de trabajo	$\frac{2}{P}$	$\frac{2}{P}$	$\frac{2}{P}$	$\frac{1.6}{P}$	$\frac{2}{P}$	$\frac{2}{P}$	$\frac{2}{P}$
Profundidad total	$\frac{2.157}{P}$	$\frac{2.157}{P}$	$\frac{2.25}{P}$	$\frac{1.8}{P}$	$\frac{2.25}{P}$	$\frac{2.2}{P}$ + 0.002 plg	$\frac{2.25}{P}$

Tabla 1.4 Sistema de dientes. Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutchsman, Michels y Wilson, Ed.2.

Diámetro exterior (D_o): Es el diámetro del círculo que encierra el exterior de los dientes del engrane.

$$\boldsymbol{D_o = D + 2a} \quad (\mathbf{1.10})$$

Y también se pueden definir en función del paso diametral y del modulo métrico como sigue:

$$\boldsymbol{D_o = \frac{N + 2}{P_d}} \quad (\mathbf{1.11})$$

$$\boldsymbol{D_o = m(N + 2)} \quad (\mathbf{1.12})$$

Diámetro de raíz (D_R): También se le llama diámetro de fondo y es el diámetro que contiene el fondo del espacio de diente, que es la circunferencia de raíz o circulo de raíz. El diámetro de raíz también suele llamarse línea de centros y se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$D_R = D - 2b \qquad (1.13)$$

Altura total (h_t): También se le llama profundidad total y es la distancia radial del exterior.

$$h_t = a + b \qquad (1.14)$$

Profundidad de trabajo (h_k): Es la distancia radial que un diente de engrane se introduce en el espacio entre dientes del engrane correspondiente. Obsérvese que:

$$h_k = a + a = 2a \qquad (1.15)$$

$$h_{t=}h_k + c \qquad (1.16)$$

Espesor del diente (t): Es la longitud de arco, medida en el círculo de paso, de un lado del diente a otro. A veces a esto se le llama espesor circular y su valor teórico es la mitad del paso circular. Esto es:

$$t = \frac{p}{2} = \frac{\pi}{2P_d} \qquad (1.17)$$

Espacio entre dientes: Es la longitud de arco, medida desde el lado derecho de un diente hasta el lado izquierdo del siguiente. Teóricamente es igual al espesor del diente, pero por razones prácticas se hace mayor.

Ancho de la cara (F): Se le llama también longitud del diente o ancho del flanco, es el ancho del diente medido en dirección paralela al eje del diente.

Chaflán: También se le llama filete es el arco que une el perfil de involuta del diente con la raíz del espacio entre dientes

Cara: es la superficie del diente de un engrane, desde el circulo de paso hasta el circulo externo del engrane.

Flanco: Es la superficie del diente de un engrane, desde la raíz del espacio entre dientes, incluyendo el chaflán.

Distancia entre centros (C): Es la distancia del centro del piñon al centro del engrane, es la suma de los radio de paso de los dos engranes engranados.

$$\boldsymbol{C = \frac{D_G + D_P}{2}} \qquad (\mathbf{1.18})$$

Y en función del paso diametral se puede expresar como:

$$\boldsymbol{C = \frac{N_G + N_P}{2P_d}} \qquad (\mathbf{1.19})$$

Esta expresión es más recomendable usar porque los términos son enteros y se obtiene más exactitud en el cálculo. En el sistema de modulo métrico la ecuación es muy parecida.

$$\boldsymbol{C = \frac{m(N_G + N_P)}{2}} \qquad (\mathbf{1.20})$$

Juego entre dientes o huelgo: Si el espesor del diente se hiciera idéntico al valor del espacio entre dientes, como lo es en teoría, la geometría del diente debería tener una precisión absoluta para que funcionaran los dientes y no habría espacio para lubricar las superficies de los dientes. Para resolver estos problemas, los engranes prácticos se fabrican con el espacio entre dientes un poco mayor que el espesor del diente y a la diferencia se le llama juego o huelgo.

Para proveer el juego el corte que genera los dientes del engrane puede penetrar mas en el modelo del engrane que el valor teórico, en alguno o en ambos engranes compañeros. También se puede crear el juego al ajustar la distancia entre centros a un valor mayor que el teórico. La magnitud del juego depende de la precisión deseada en el par de engranes y del tamaño y el paso de ellos. Existen dos tipos de huelgo o juego, este puede ser angular o lineal.

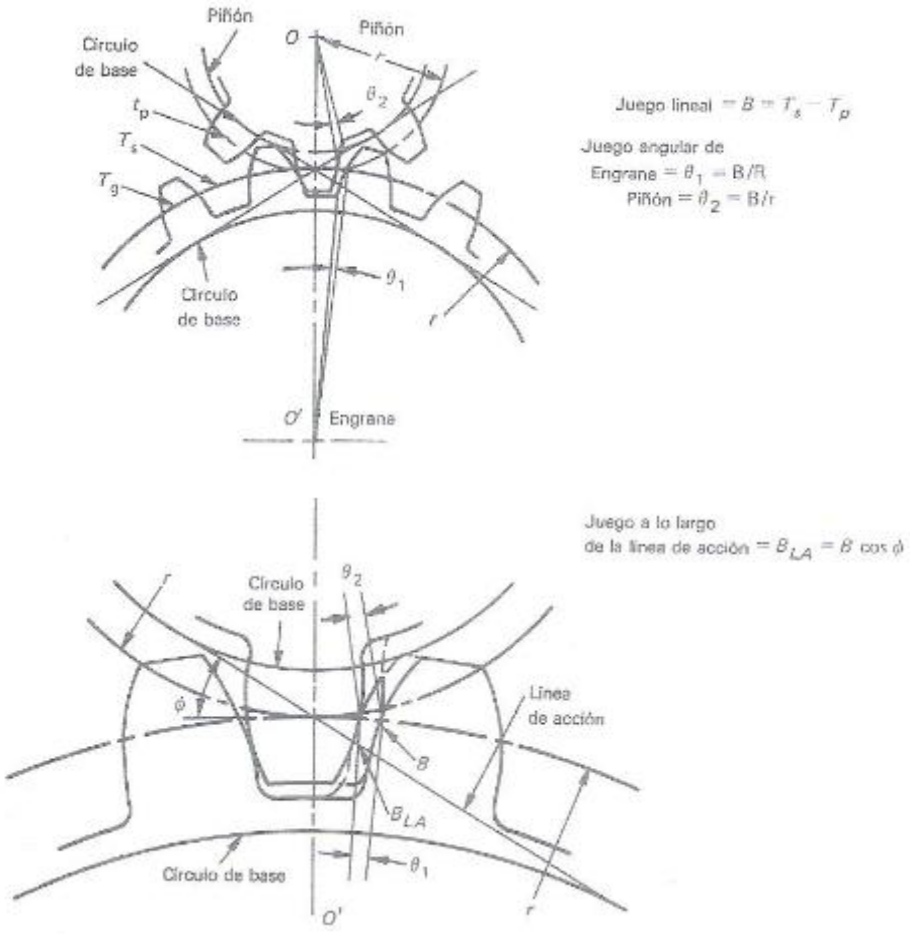


Fig.1.15 Se muestra el huelgo entre dientes, que es la diferencia entre el ancho del espacio del diente y el espesor del mismo sobre el círculo de paso. Arriba (juego angular), abajo (juego lineal)

La American Gears Manufacturers Associaton (AGMA) emite recomendaciones del juego en sus normas, las tablas siguientes ejemplifican estas recomendaciones.

Juego mínimo recomendado para engranes de paso grueso.

A. Sistema de paso diametral (juego en pulgadas)

	Distancia entre centros, C (pulg)				
P_d	2	4	8	16	32
18	0.005	0.006			
12	0.006	0.007	0.009		
8	0.007	0.008	0.010	0.014	
5		0.010	0.012	0.016	
3		0.014	0.016	0.020	0.028
2			0.021	0.025	0.033
1.25				0.034	0.042

B. Sistema de módulo métrico (juego en milímetros)

	Distancia entre centros, C (mm)				
Módulo, m	50	100	200	400	800
1.5	0.13	0.16			
2	0.14	0.17	0.22		
3	0.18	0.20	0.25	0.35	
5		0.26	0.31	0.41	
8		0.35	0.40	0.50	0.70
12			0.52	0.62	0.82
18				0.80	1.00

Fuente: Tomado de la norma AGMA 2002-B88, *Tooth Thickness Specification and Measurements* (Especificación de espesor de diente y mediciones), con autorización del editor, American Gear Manufacturers Association, 1500 King Street, Suite 201, Alexandria, VA 22314.

Tabla 1.5 Se muestran algunos ejemplos de valores de juego mínimo recomendado por la AGMA. Fte [Mott Diseño de elementos mecánicos Ed.4]

1.3.2 Ley Fundamental del engranamiento (acción conjugada) y relación de velocidad

Para que dos engranes engranen y mantengan una relación de velocidad constante, estos deben satisfacer la ley fundamental del engranamiento. Esta ley puede establecerse como sigue:

> La forma de los dientes de un engrane debe ser tal que la normal común en el punto de contacto entre dos dientes debe pasar siempre a través de un punto fijo sobre la línea de centros.

Cuando dos engranes que están engranados satisfacen esta ley se dice que estos producen acción conjugada.

La relación de velocidad mencionada en conexión con la ley fundamental se define como la relación de velocidad del engrane impulsado a la velocidad angular del engrane motriz. O dicho de otra manera, es la relación entre la velocidad angular de salida dividida entre la velocidad angular a la entrada. De acuerdo a lo anterior la relación de velocidad es menor a 1 cuando el piñon es el impulsor y mayor a 1 cuando el engrane es quien produce el impulso.

Se puede expresar la relación de velocidad como sigue:

$$\boldsymbol{r_v = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2}} \qquad (\mathbf{1.21})$$

Donde:

$\mathrm{r_v} = \text{relacion de velocidad}$

$\omega = \text{velocidad angular en} \frac{\text{rad}}{\text{seg}}.$

$\mathrm{n} = \text{velocidad angular en rpm.}$

$\mathrm{N} = \text{numero de dientes}$

$\mathrm{D} = \text{diametro del circulo de paso, plg.}$

En la ecuación 1.21 el índice 1 se refiere al engrane motriz y el 2 al impulsado.

1.3.3 Engranes con diente Involuta

Casi todos los engranes son cortados conforme a una curva involuta para obtener la acción conjugada. Existen solo unos pocos de engranes cortados completa o parcialmente en la forma de curvas cicloidal y que son capaces de obtener la acción conjugada. Sin embargo este numero de engranes es pequeño, razón por la cual solo se consideraran las propiedades de la curva involuta. Los engranes rectos y los engranes helicoidales están cortados conforme a este tipo de curva.

La curva involuta puede obtenerse gráficamente arrollando una cuerda alrededor de un cilindro para después trazar la trayectoria que sigue un punto sobre la cuerda cuando esta es desenrollada del

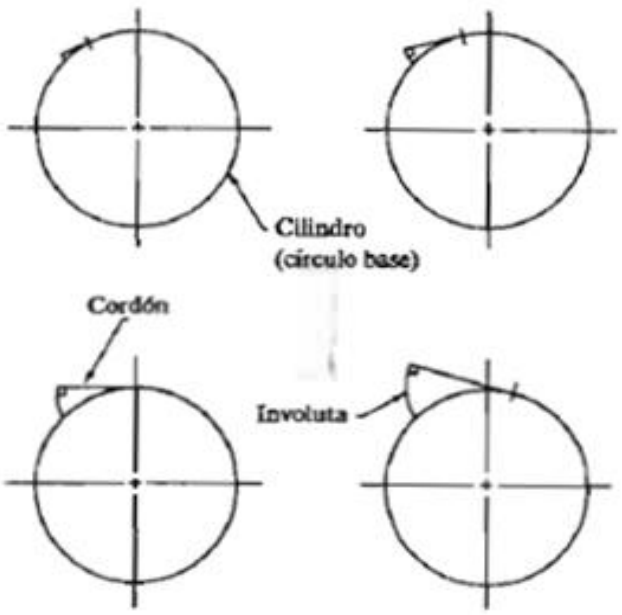


Fig. 1.16 Generación de una curva involuta

cilindro. Cuando la involuta se aplica a los engranes, el cilindro alrededor del cual se arrolla la cuerda es definido como el circulo de base. Los dientes de un engrane son cortados con perfil de curva involuta entre los círculos de base y de addendo, mientras que la parte del diente entre los círculos de base y deddendo es simplemente una línea radial.

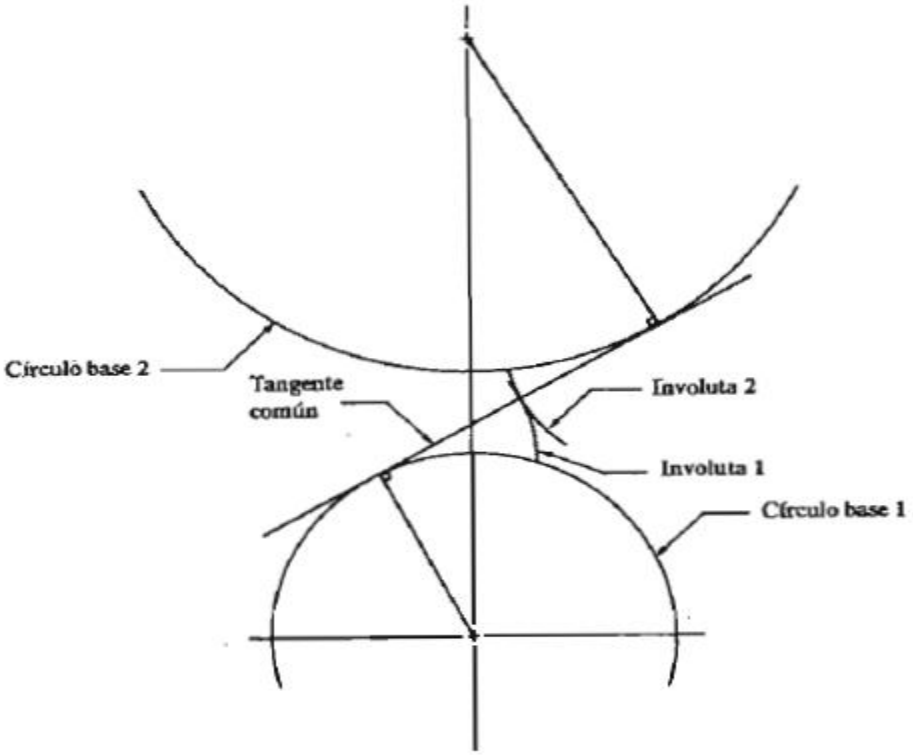


Fig.1.17 Involutas que engranan.

1.3.4 Acción del diente del engrane.

Para entender la acción que tiene lugar cuando dos engranes están engranados haremos referencia a la figura 1.18. La línea DE es la línea a lo largo de la cual deben permanecer todos los puntos de contacto de dos dientes y a lo largo de la cual actúa la fuerza normal que ejerce un diente sobre otro. A esta línea se le conoce como la línea de acción o la línea de presión. En el punto de paso, la línea AB es perpendicular a la línea de centros O_1O_2. El ángulo ∅ entre AB y DE es conocido como ángulo de presión. Casi todos los engranes son cortados con ángulos de presión de 20° y 25°, aunque aun se construyen engranes con ángulo de presión de 14.5°.

La línea de presión es localizada girando la línea perpendicular a la línea de centros en el punto de paso un ángulo igual al ángulo de presión ∅ en dirección opuesta a la dirección de la rotación del engrane motriz.

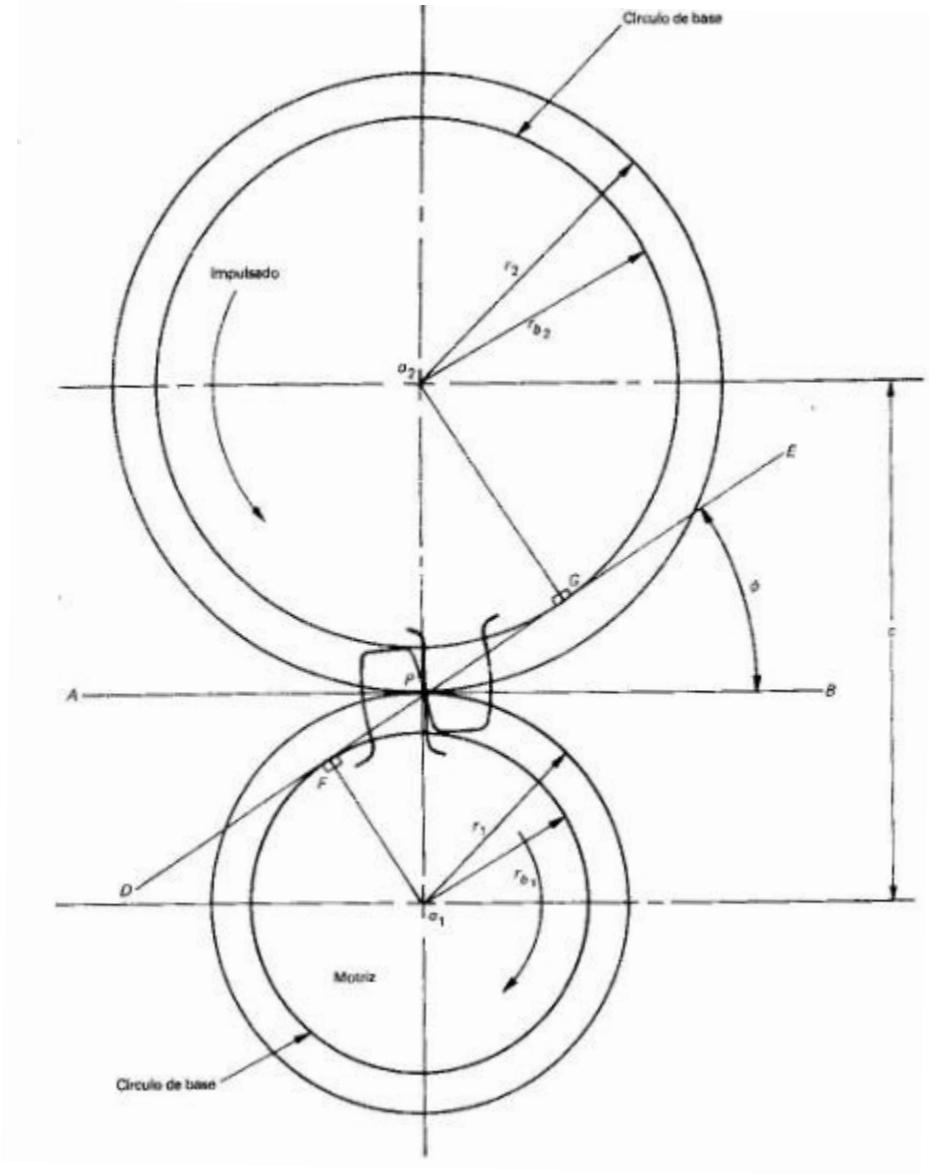


Fig. 1.18 Se muestra la acción que se lleva a cabo cuando los dientes de dos engranes están en contacto.

También es importante mencionar que los radios r_1 y r_2 son los radios de los círculos de y como se muestra en la figura 2.12 son mutuamente tangentes en punto de paso situado a la línea de centros O_1O_2 con esto podemos definir los radios de los círculos de base del piñon y engrane como sigue.

$$r_{b1} = r_1 cos\emptyset$$

$$r_{b2} = r_2 cos\emptyset$$

Y en general

$$r_b = rcos\emptyset \qquad (1.22)$$

Donde r_b es radio del círculo de base en pulgadas.

1.3.5 Longitud y relación de contacto.

Cuando empiezan a engranar los dientes de dos engranes el punto inicial del contacto ocurre cuando el flanco del diente del engrane motriz hace contacto con la parte superior del engrane impulsado. El contacto termina cuando la parte superior del diente motriz hace contacto con el flanco del diente impulsado.

Debido a que las partes superiores de los dientes de un engrane corresponden al círculo de addendum, el contacto entre los dientes de dos engranes inicia cuando el circulo de addendum del engrane impulsado interseca a la línea de presión y termina cuando el circulo de addendum del engrane motriz interseca la línea de presión. La longitud de contacto puede obtenerse geométricamente como se observa en fig. 1.19 y está dada por la siguiente ecuación:

$$LC = \sqrt{(r_2 + a_2)^2 - r_2{}^2 cos^2\emptyset} - r_2 sen\emptyset + \sqrt{(r_1 + a_1)^2 - r_1{}^2 cos^2\emptyset} - r_1 sen\emptyset \qquad (1.23)$$

Donde:

r= radio del circulo de paso en plg.

a=longitud del addendum en plg.

$\emptyset$=angulo de presión en grados.

Cuando dos engranes están engranados es deseable que al menos haya siempre un par de dientes en contacto. El método generalmente empleado para indicar cuantos dientes están en contacto es la relación de contacto. Esta relación se define como la longitud de contacto dividida entre el paso base, donde el paso baso está definido como la distancia medida sobre el circulo de base entre puntos correspondientes de dientes adyacentes.

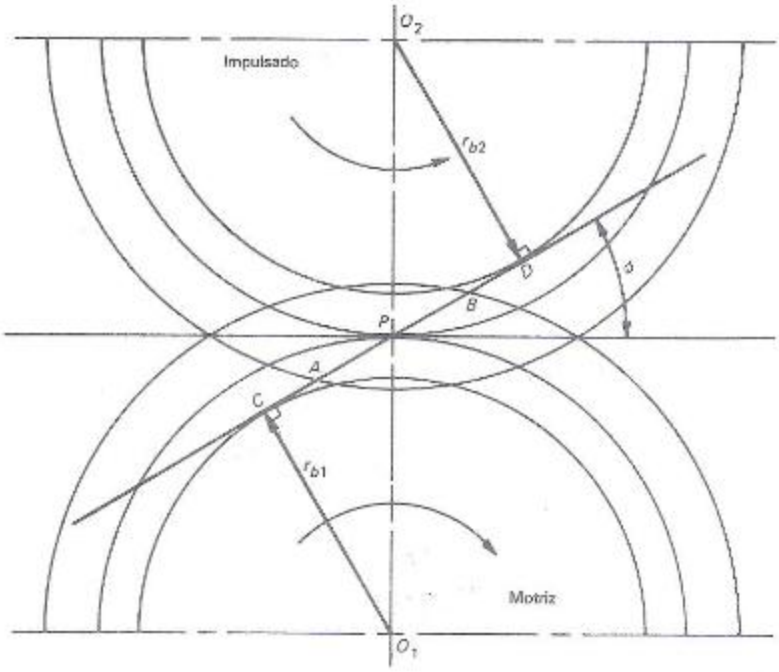


Fig. 1.19 Se muestra la longitud de contacto entre dos engranes engranados. El contacto empieza cuando el flanco del engrane motriz toca la parte superior del engrane impulsado y termina cuando la parte superior del engrane motriz toca el flanco del diente impulsado.

El paso base se puede relacionar con el paso circular como sigue:

$$\boldsymbol{p_b = p\cos\emptyset} \qquad \boldsymbol{(1.24)}$$

Y la relación de contacto como se muestra:

$$\boldsymbol{Rc = \frac{\sqrt{(r_2 + a_2)^2 - r_2{}^2 cos^2\emptyset} - r_2 sen\emptyset + \sqrt{(r_1 + a_1)^2 - r_1{}^2 cos^2\emptyset} - r_1 sen\emptyset}{p_b}} \qquad \boldsymbol{(1.25)}$$

Casi todos los engranes están diseñados con relación de contacto 1.2 y 1.6. Por ejemplo una relación de contacto 1.4 indica que siempre habrá en contacto un par de dientes y que en un segundo par el contacto será de 40% del tiempo.

1.3.6 Interferencia

Debido a que la parte del diente que esta por abajo del circulo de base está cortada como una línea radial y no como involuta, si el contacto entre dientes ocurriera abajo del circulo de base daría como resultado acción no conjugada. Cuando esto sucede se dice que existe interferencia.

Esta condición se puede mostrar en la figura 1.20. Los puntos A y B, que son los puntos de tangencia de los círculos de base con la línea de presión se conocen como los puntos de interferencia. Si el contacto ocurre hacia afuera de estos puntos (si el círculo de adendo interseca a la línea de acción fiera de estos puntos), se tendrá interferencia. Los engranes mostrados en la figura 1.20 tienen interferencia porque los puntos de intersección de los círculos de adendo C y D están fuera de los puntos de interferencia. Para si se tiene o no interferencia se puede utilizar la siguiente expresión:

$$r_a = \sqrt{r^2 cos^2 \emptyset + C^2 sen^2 \emptyset} = \sqrt{{r_b}^2 + C^2 sen^2 \emptyset} \qquad (1.26)$$

Donde:

r_a **=** Radio del círculo de adendo en plg.

C= Es la distancia entre centros en plg.

r_b= Radio del círculo de base en plg.

$\emptyset$**=** Angulo de presión en grados.

Se tendrá interferencia cuando el radio del círculo de adendo real sea mayor que el calculado con la Ec. 1.26. No se tendrá interferencia si el radio real del círculo de addendum es menor o igual al valor calculado.

Tabla 1.6 Numero de dientes del piñon para asegurar que no haya interferencia

Para un piñon engranado con una cremallera		Para un piñon de 20°, profundidad total, engranado con un engrane	
Forma del diente	Número mínimo de dientes.	Número de dientes del piñon.	Número máximo de dientes del engrane.
Envolvente $14\frac{1}{2}°$, profundidad total	32	17	1309
		16	101
Envolvente 20°, profundidad total	18	15	45
		14	26
Envolvente 25°, profundidad total	12	13	16

La tabla 1.6 muestra algunos valores de dientes del piñon para evitar que exista interferencia. De acuerdo al ángulo de presión. Es una buena herramienta a seguir si se quiere evitar el problema de interferencia. Si no se puede hacer con otros métodos que se mencionan a continuación.

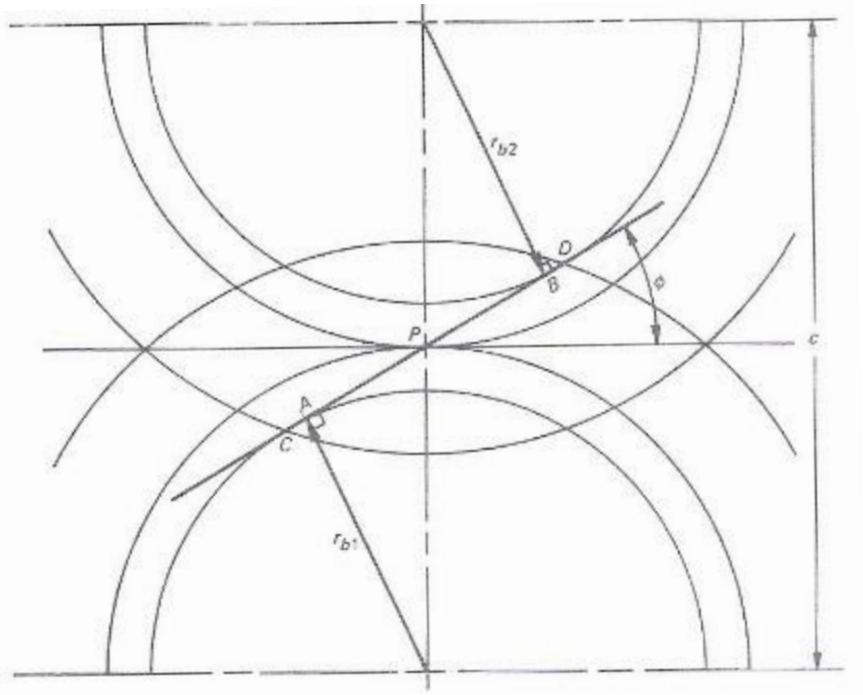


Fig.1.20 Se tendrá interferencia cuando el contacto entre dos engranes engranados empiece por abajo del circulo de base. En la figura se tendrá interferencia si el contacto toma lugar fuera de los puntos Ay B, debido a que el contacto se da en los puntos C y D existe interferencia.

Para evitar la interferencia se pueden usar distintos métodos. El rebaje es un procedimiento en el cual la parte del diente abajo del circulo de base, que es lo que causa interferencia, es cortado o rebajado (socavación). En consecuencia no se tendrá contacto en la parte del diente con perfil no involuta y se elimina la interferencia. Pero se reduce la relación de contacto y se obtiene un engrane ruidoso y áspero y la parte socavada se vuelve más débil. Un ejemplo más es la reducción del perfil del diente en la parte superior. Esto causa que se reduzca la relación de contacto y se hace un engrane ruidoso y áspero. En si es claro que la interferencia se debe de evitar o en su caso eliminarse, pero los métodos a utilizar dependen de la aplicación y experiencia del diseñador.

Capítulo 2

Introducción al diseño de engranes helicoidales

Los engranes helicoidales, al igual que los engranes rectos, se usan para transmitir potencia y movimiento de un eje a otro, pero se debe tener un criterio para determinar en un si en un diseño especifico se usan engranes rectos o helicoidales. Los engranes de helicoidales y en comparación con los rectos se distinguen por la orientación de sus dientes. En los engranes rectos los dientes son rectos y están alineados respecto al eje del engrane. En los helicoidales los dientes están cortados en forma de hélices teniéndose un ángulo constante con respecto al eje del engrane, llamado ángulo de hélice. A diferencia de los engranes rectos, los engranes helicoidales se pueden montar en ejes no paralelos.

Entre algunas de las consideraciones cinemáticas más importantes en los engranes helicoidales es que el contacto inicial de los dientes de engranes helicoidales es un punto, el cual se convierte en una línea cuando los dientes hacen más contacto, a diferencia de los engranes rectos, ya que en ellos el contacto inicial de los dientes de engranes es una línea que se extiende a lo largo de la cara del diente del engrane. En los engranes rectos esta línea de acción es paralela al eje, en los engranes helicoidales esta es una diagonal a través de la cara del diente. Los engranes rectos se usan para aplicaciones de baja velocidad y para aquellos casos en los que el control del ruido no sea importante. El uso de engranes helicoidales es adecuado si se tienen velocidades altas, transmisiones de potencia altas o donde el abatimiento del ruido es un factor importante. Se considera velocidad alta cuando la velocidad de la línea de paso es superior a 5000 pies/min o cuando la velocidad del piñon sea mayor a 3600 rpm.

Debido a la naturaleza del contacto entre engranes helicoidales la relación de contacto es de importancia menor, y el área de contacto, que es proporcional al ancho de la cara del engrane, es verdaderamente significativa.

2.1 Geometría y terminología de los engranes helicoidales.

En el capitulo pasado se describió la terminología de los engranes rectos, esto porque, las formas de los dientes helicoidales se parecen mucho o muestran cierta semejanza a las que se describieron para los engranes rectos. La diferencia de estos es el ángulo de hélice en los engranes helicoidales.

2.1.1 Angulo de hélice ψ.

La hélice de un engrane helicoidal puede ser de mano derecha o izquierda. Los dientes de un engrane helicoidal derecho hacen líneas que parecen subir hacia la derecha, cuando el engrane descansa en una superficie plana. Por el contrario los de un engrane helicoidal izquierdo harían marcas que subirían hacia la izquierda. En una instalación normal los engranes helicoidales se montarían en ejes paralelos.

Para obtener este arreglo se requiere que un engrane sea de hélice derecha y otro de hélice izquierda, con ángulos de hélice iguales. Si ambos engranes acoplados fueran de la misma hélice, los ejes formaran 90° entre sí. En este caso se les llama engranes helicoidales cruzados. Se prefiere el arreglo de engranes helicoidales de ejes paralelos porque proporciona una capacidad de transmisión de potencia mucho mayor, para un determinado tamaño, que el arreglo helicoidal cruzado.

La ventaja principal que tienen los engranes helicoidales en comparación con los engranes rectos es un engranado gradual, porque determinado diente adquiere su carga de una manera más gradual y no repentina. El contacto se inicia en el extremo del diente, cerca de su punta y avanza por la cara en una trayectoria de bajada, y cruza la línea del flanco hacia el interior del diente, donde sale del engrane. Al mismo tiempo existen otros dientes que se ponen en contacto antes de que un diente permanezca en contacto, con el resultado de que un mayor número promedio de dientes este engranado y comparten las cargas aplicadas, a diferencia de un engrane recto. La menor carga promedio por diente permite tener mayor capacidad de transmisión de potencia para un determinado tamaño de engrane, o bien menor tamaño para transmitir la misma potencia.

La principal desventaja de los engranes helicoidales es que se produce una carga de empuje axial, como resultado natural del arreglo inclinado de los dientes. Los cojinetes que sujetan al eje con el engrane helicoidal deben de ser capaces de reaccionar contra el empuje axial.

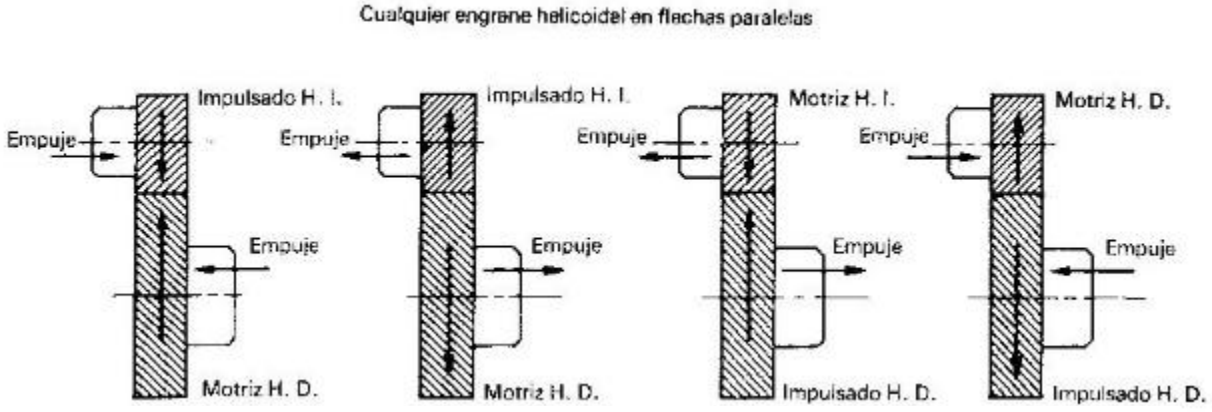


Fig. 2.1 Se muestra la dirección de la carga de empuje axial, la cual siempre se tiene en engranes helicoidales. Deben considerarse las cargas axiales cuando se seleccionen baleros o roldanas axiales.

El ángulo de hélice se especifica para cada diseño dado de engrane. Se debe buscar un balance para aprovechar el engrane más gradual de los dientes, cuando el ángulo de hélice es grande, y al mismo

tiempo mantener un valor razonable de la carga axial, que aumenta al aumentar el ángulo de hélice. Un ángulo típico de hélice es de 15 a 45°.

2.1.2 Ángulos de presión, planos primarios y fuerzas en engranes helicoidales.

Para comprender la terminología de los engranes helicoidales, es necesario definir dos ángulos de presión diferentes, así como el ángulo de hélice. Los ángulos de presión se relacionan con los tres planos principales que se utilizan de referencia en el diseño de engranes helicoidales. Estos planos son el plano tangencial, plano transversal y el plano normal. A su vez estos planos contienen las tres componentes ortogonales de la fuerza normal verdadera que ejerce un diente de un engrane sobre un diente de su engrane en contacto. Es así que podemos definir a las tres componentes.

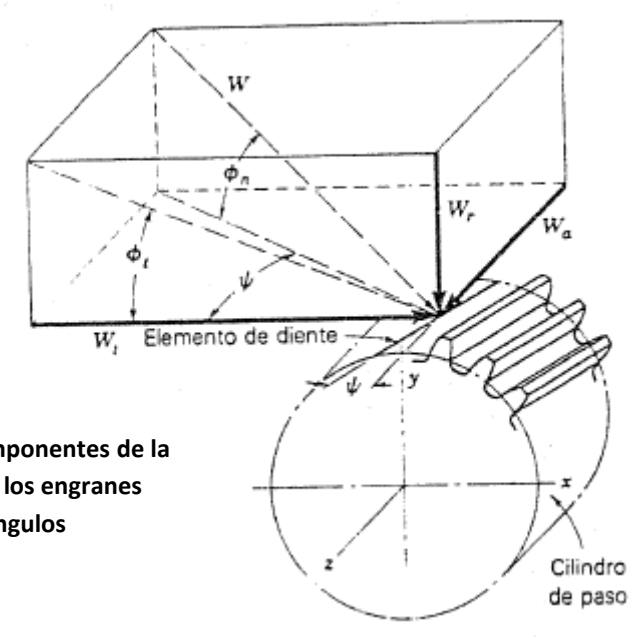


Fig. 2.2 Se muestran las componentes de la fuerza normal que actúa en los engranes helicoidales, así como los ángulos principales.

Primero se llamara W_N a la fuerza normal verdadera. Actúa normal (perpendicular) a la superficie curva del diente, pero para condiciones de diseño esta fuerza casi no se usa, se prefiere utilizar sus tres componentes ortogonales.

La fuerza tangencial es la fuerza transmitida,W_t, actúa en dirección tangencial a la superficie del paso del engrane y es perpendicular al eje que tiene el engrane. Esta fuerza es la fuerza que empuja al engrane. El análisis de esfuerzos y la resistencia a las picaduras se relaciona con la magnitud de la fuerza tangencial.

La fuerza radial,W_r, es la fuerza que actúa hacia el centro del engrane, a lo largo de un radio y tiende a separar las dos ruedas engranadas.

La fuerza axial,W_x, que actúa en el plano tangencial y es paralela al eje del engrane. Esta fuerza también es conocida como fuerza de empuje. Tiende a empujar al engrane a lo largo del eje, este empuje debe de contrarrestarse por uno de los cojinetes que sostiene al eje, es por ello que esta fuerza tiende a ser indeseable en la mayoría de los casos. Los engranes rectos no generan esta fuerza porque sus dientes son rectos y paralelos al eje del engrane.

Ahora de acuerdo a estas fuerzas se pueden definir los planos antes mencionados:

El plano tangencial es el plano, que es tangencial a la superficie de paso del engrane y actúa por el punto de paso en la mitad de la cara del diente que se analiza. Este plano contiene a la fuerza tangencial W_ty a la fuerza axial W_x .

El plano que contiene a la fuerza tangencial W_t y a la fuerza radial W_r, es el plano transversal, este plano es perpendicular al eje del engrane y actúa pasando por el punto de paso a la mitad de la cara del diente que se analiza. En ángulo de presión transversal $\emptyset_t$ se define en este plano.

El plano que contiene la fuerza normal verdadera W_N y la fuerza radial W_r es el plano normal. El ángulo entre el plano normal y el plano transversal es el ángulo φ de hélice. Dentro del plano normal, se puede ver que el ángulo que forma el plano tangencial y la fuerza normal verdadera W_N es el ángulo de presión normal, $\emptyset_n$.

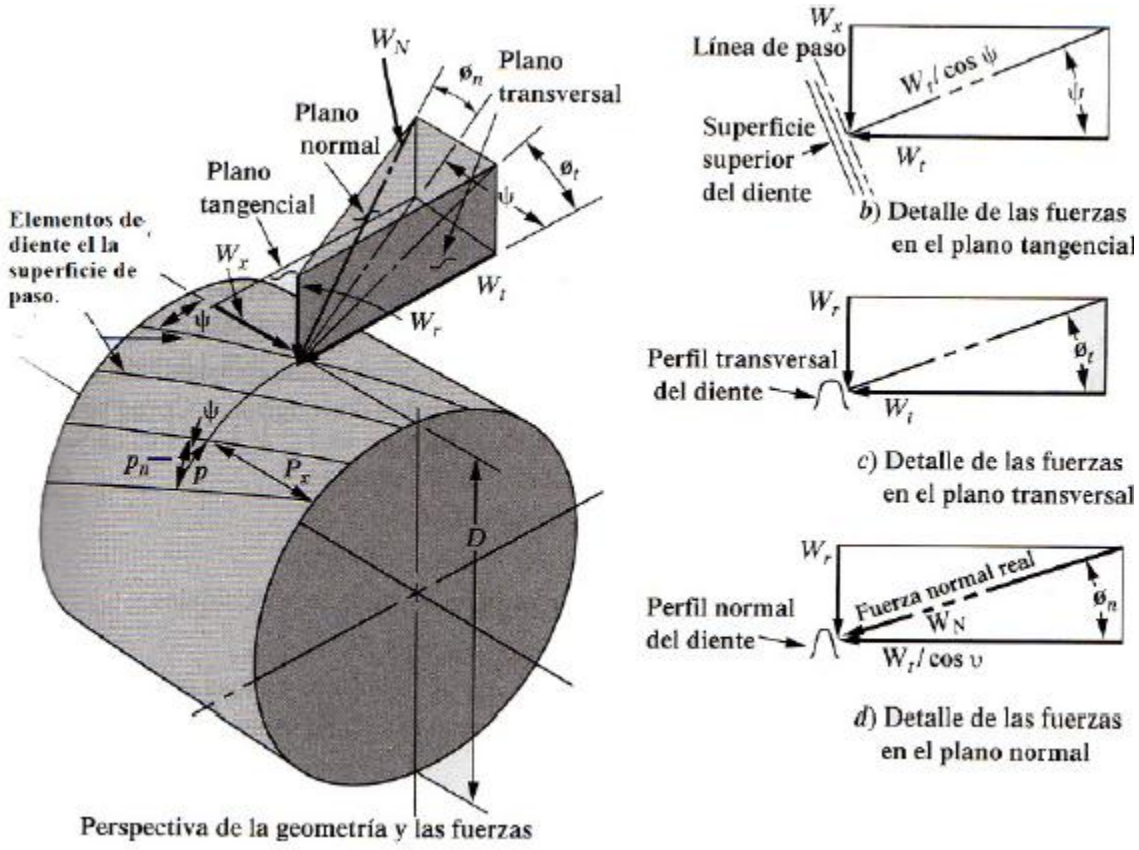


Fig. 2.3 Geometría y fuerzas de los engranes helicoidales.

En el diseño de engranes helicoidales hay tres ángulos de interés: a) el ángulo de hélice ψ , b) el ángulo de presión normal, $\emptyset_n$ y el ángulo de presión transversal $\emptyset_t$. Los diseñadores deben especificar el ángulo de hélice y uno de los dos ángulos de presión. El restante se puede calcular con la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{tan\emptyset_n = tan\emptyset_t cos\psi} \qquad (\mathbf{2.1})$$

La relación de fuerzas está dada de acuerdo a los ángulos descritos con anterioridad y se pueden expresar una en función de la otra como sigue**:**

$$\boldsymbol{W_t = W_N cos\emptyset_n cos\psi} \qquad (\mathbf{2.2})$$

$$\boldsymbol{W_r = W_t tan\emptyset_t = W_N sen\emptyset_n} \qquad (\mathbf{2.3})$$

$$\boldsymbol{W_x = W_t tan\psi = W_N cos\emptyset_n sen\psi} \qquad (\mathbf{2.4})$$

Como ya se menciono debido a la carga de empuje o axial, se requiere usar baleros o cojinetes que soporten cargas axiales así como también cargas radiales. En los engranes de tipo doble helicoidal se eliminara la necesidad de usar baleros que soporten las cargas axiales. Este tipo de engranes consiste en un engrane de tipo helicoidal en el que la mitad de su cara está cortada como engrane helicoidal de hélice derecha y la otra mitad como hélice izquierda, con el mismo ángulo de hélice, así que esto produce que se eliminen o se cancelen la cargas axiales.

2.1.3 Pasos para engranes helicoidales.

Para tener una imagen clara de la geometría de los engranes helicoidales se deben tener en cuenta los cinco tipos de pasos que se analizan en los engranes helicoidales.

Paso circular p. Es la distancia desde un punto sobre un diente al punto correspondiente del siguiente diente, medido en la línea de paso, en el plano transversal. Esta definición es la misma que se utiliza en los engranes rectos.

$$\boldsymbol{p = \frac{\pi D}{N}} \qquad (\mathbf{2.5})$$

Paso circular normal p_n. Es la distancia entre puntos correspondientes sobre dientes adyacentes, medida en la superficie de paso y en la dirección normal. Los pasos circular y circular normal se relaciona con la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{p_n = p cos\, \psi} \qquad (\mathbf{2.6})$$

Paso diametral, P_d. Es la relación del numero de dientes del engrane entre su diámetro de paso. Esta es la misma definición que la de los engranes rectos, se aplica en consideraciones del perfil de los dientes en el plano diametral y transversal. Por consiguiente, a veces se llama paso diametral transversal.

$$\boldsymbol{P_d = \frac{N}{D}} \qquad (\mathbf{2.7})$$

Paso diametral normal, P_{nd}, es el paso diametral equivalente en el plano normal a los dientes:

$$\boldsymbol{P_{nd} = \frac{P_d}{cos\, \psi}} \qquad (\mathbf{2.8})$$

También es útil recordar que:

$$\boldsymbol{pP_d = \pi}$$

$$\boldsymbol{P_{nd}p_n = \pi}$$

Paso axial p_x es la distancia entre los puntos correspondientes entre dientes adyacentes, medida en la superficie de paso y en la dirección axial.

$$\boldsymbol{p_x = \frac{p}{tan\,\psi} = \frac{\pi}{P_d tan\,\psi}} \qquad (\mathbf{2.9})$$

Es necesario que al menos haya dos pasos axiales en el ancho de la cara para aprovechar la acción helicoidal y su gradual transferencia de carga de un diente al siguiente. Con objeto de asegurar una transferencia suave de la carga, el ancho de la cara de un engrane helicoidal por lo general se hace 20% más grande que el paso axial. Este valor solo es un valor mínimo, de hecho algunos diseñadores prefieren que el ancho de la cara sea por lo menos el doble del paso axial.

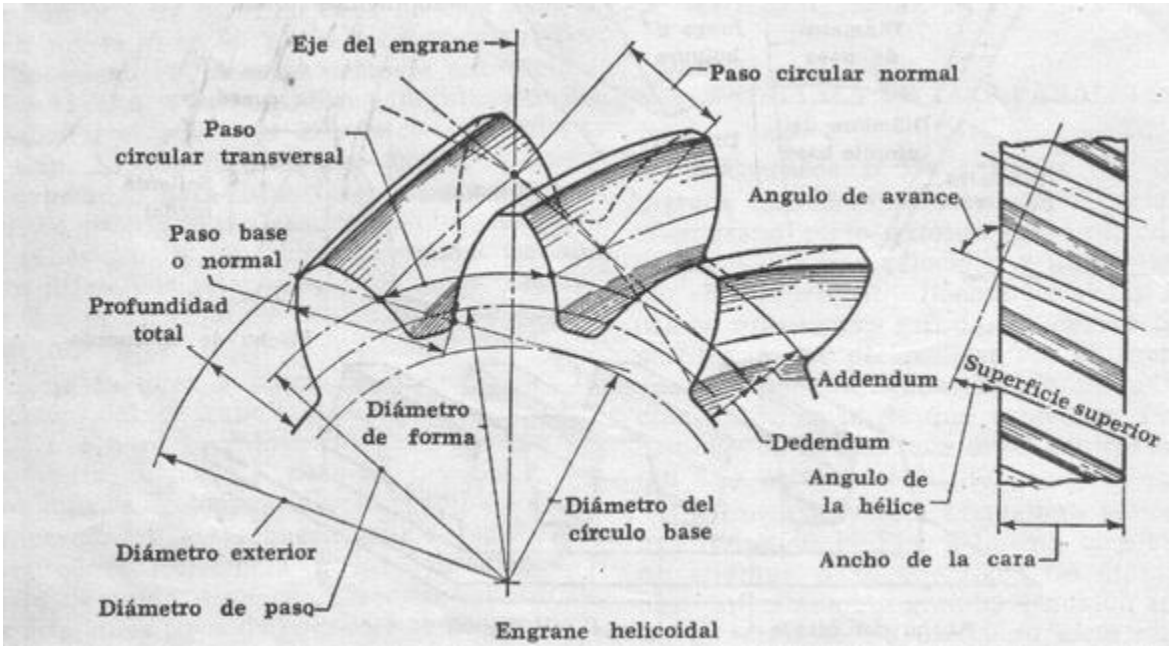


Fig.2.4 Se muestra la terminología principal de un engrane helicoidal.

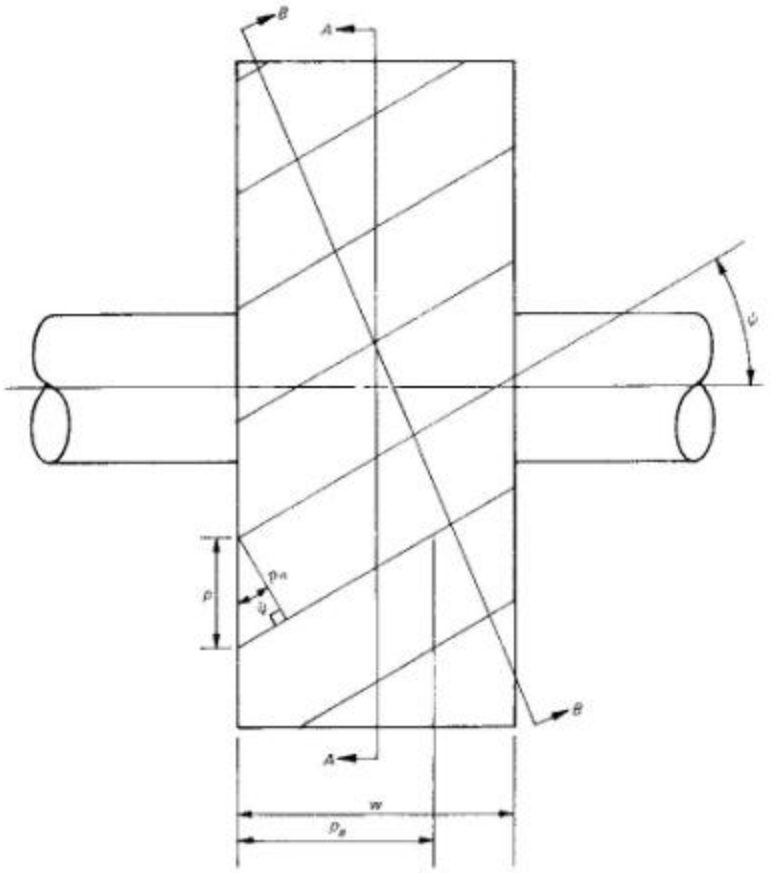


Fig.2.5 Se muestra la forma geométrica del engrane helicoidal

2.1.4 Distancia entre centros.

El cálculo de la distancia entre centros se hace de manera semejante a la que se tiene en los engranes rectos, pero se mostraran en este apartado otras relaciones que nos ayudaran a obtener este cálculo.

Primero calcularemos el diámetro de paso para engranes helicoidales:

$$\boldsymbol{D = \frac{Np}{\pi} = \frac{Np_n}{\pi cos\,\psi}} \qquad \boldsymbol{(2.10)}$$

La distancia entre centros en función del diámetro de paso está definida como:

$$\boldsymbol{C = \frac{D_1 + D_2}{2} = \frac{p}{2\pi}(N_1 + N_2) = \frac{p_n(N_1+N_2)}{2\pi cos\,\psi} = \frac{N_1 + N_2}{2P_n cos\,\psi}} \qquad \boldsymbol{(2.11)}$$

2.1.5 Numero formativo o virtual de dientes.

Haciendo referencia a la figura 2.5 el plano normal a los dientes del engrane, B-B, interseca al cilindro de paso para formar una elipse. El perfil del diente generado en ese plano, usando el radio de curvatura de la elipse, sería el de un engrane recto que tendría las mismas propiedades que el de un engrane helicoidal real. El radio de curvatura de la elipse está definida como:

$$\boldsymbol{r_c = \frac{D}{2cos^2\psi}} \qquad \boldsymbol{(2.12)}$$

Donde r_c es el radio de curvatura de la elipse y D es el diámetro del círculo de paso.

El numero de dientes del engrane recto equivalente en el plano normal se le conoce como numero formativo o equivalente de dientes y puede obtenerse a través de la siguiente ecuación.

$$\boldsymbol{N_e = P_{nd} 2 r_c} \qquad \boldsymbol{(2.13)}$$

Donde P_{nd} es el paso diametral normal o con la ecuación desglosada en función del número de dientes del engrane helicoidal y el ángulo de hélice como sigue:

$$\boldsymbol{N_e = \frac{N}{cos^3\,\psi}} \qquad \boldsymbol{(2.14)}$$

El número equivalente de dientes se utiliza para determinar el factor de Lewis en la fórmula del esfuerzo por flexión para engranes helicoidales.

2.1.6 Dimensiones de los dientes de engranes helicoidales.

Excepto en el caso de engranes de paso fino (con un paso diametral de 20 o más), no hay estándares para las dimensiones de los dientes de los helicoidales. Una razón de esto es que cuesta menos cambiar ligeramente el diseño que comprar herramientas especiales. Como los engranes helicoidales rara vez se utilizan en forma intercambiable y puesto que muchos diseños funcionan bien entre sí, hay poca ventaja en hacerlos intercambiables.

Como guía general las dimensiones de los dientes se basan en ángulos de presión normal de 20°.Entonces se pueden utilizar la mayor parte de las proporciones utilizadas para los engranes rectos considerados en la tabla de la figura 1.4. Las dimensiones de los dientes deben calcularse utilizando el paso diametral normal. Estas proporciones son adecuadas para ángulos de hélice de 0 a 30° y todos pueden cortarse con la misma herramienta. Desde luego el paso diametral normal de esta y del engrane deben ser iguales.

Un conjunto optativo de dimensiones puede basarse en un ángulo de presión transversal de 20° y en el uso del paso diametral transversal. Para estos los ángulos de hélice se limitan generalmente a 15, 23, 30 o 45°. No son recomendables ángulos mayores. El paso diametral normal debe utilizarse hasta para calcular las dimensiones de los dientes.

Muchos autores recomiendan que el ancho de la cara de los engranes helicoidales sea, al menos, dos veces el paso axial, para obtener el efecto propio de los engranes helicoidales. Las excepciones a esta regla son los engranes para automóviles, que tienen un ancho de la cara considerablemente menor, y los engranes empleados en reductores de velocidad marinos que con frecuencia tienen un ancho de cara mayor.

2.2 Análisis de fuerzas en engranes helicoidales.

En el apartado anterior se definieron las fuerzas que actúan en los engranes helicoidales, ahora se consideraran estas fuerzas para analizar las fuerzas que un diente de un engrane tiene con otro, cuando están engranados.

Por lo general en el diseño de engranes se conoce la potencia transmitida y las velocidades angulares. Con esta información se puede calcular el par de torsión que uno de los engranes transmite al otro.

$$\boldsymbol{hp = \frac{Tn}{63000}} \qquad (\mathbf{2.15})$$

Donde hp= caballos de fuerza de entrada, n= revoluciones por minuto y T= par de torsión en libras-plg.

Ya se ha mencionado que en los engranes helicoidales el punto de aplicación de las fuerzas que actúan en ellos, está en el plano de paso y en el centro de la cara del engrane. Y que la carga transmitida es la fuerza tangencial W_t o componente tangencial de la fuerza normal W_N. En condiciones de diseño y aplicaciones generalmente esta fuerza es conocida y las otras fuerzas son las que tenemos que determinar.

El par de torsión que la fuerza normal produce con respecto al centro de los engranes es:

$$\boldsymbol{T = W_t \frac{D}{2}} \qquad (\mathbf{2.16})$$

Está en función de la fuerza tangencial W_t y el diámetro del círculo de paso en plg.

Ahora es importante mencionar que si se relacionan los dos conceptos anteriores y se determina la velocidad de la línea de paso que está definida como:

$$\boldsymbol{V_p = \frac{\pi D n}{12}} \qquad (\mathbf{2.17})$$

Se puede determinar la magnitud de W_t con la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{W_t = \frac{(hp)(33000)}{V_p}} \qquad (\mathbf{2.18})$$

Donde V_p es la velocidad de la línea de paso en pies/minuto. Las demás componentes se determinan con las relaciones que se muestran en las ecuaciones: 2.2, 2.3 y 2.4.

2.2.1 Carga dinámica en engranes helicoidales.

La carga dinámica para engranes helicoidales puede obtenerse aproximadamente mediante la siguiente ecuación:

$$\boldsymbol{W_d = \frac{78 + \sqrt{V_p}}{78} W_t} \qquad (\mathbf{2.19})$$

2.3 Ejemplos

2.3.1.- Ejemplo 1

Un engrane helicoidal tiene un paso diametral 12, ángulo de presión transversal de $14\frac{1}{2}°$, 28 dientes, un ancho de cara de 1.25 plg y un ángulo de hélice de 30. Calcule el paso circular normal, paso axial, diámetro de paso y el ángulo de presión normal. Calcule el número de pasos axiales en el ancho de la cara.

Solución:

Paso circular: Se usa la ecuación:

$$pP_d = \pi$$

Despejando de la ecuación el paso circular tenemos:

$$p = \frac{\pi}{P_d} = \frac{\pi}{12} = \mathbf{0.262\ plg.}$$

Paso circular normal: Se usa la ecuación:

$$p_n = pcos\varphi = 0.262cos\ 30° = \mathbf{0.227}\boldsymbol{plg}$$

Paso diametral normal: se usa la ecuación:

$$P_{nd} = \frac{P_d}{\cos\psi} = \frac{12}{cos\ 30°} = \mathbf{13.856}$$

Paso axial: Se usa la ecuación:

$$p_x = \frac{p}{\tan\psi} = \frac{2.262}{tan\ 30°} = \mathbf{0.453}\ \boldsymbol{plg}$$

Diámetro de paso: Se usa la ecuación:

$$P_d = \frac{N}{D}$$

Despejando D tenemos que:

$$D = \frac{N}{P_d} = \frac{28}{12} = \mathbf{2.333}\ \boldsymbol{plg}$$

Angulo de presión normal: Se usa la ecuación:

$$tan\emptyset_n = tan\emptyset_t cos\varphi$$

Despejando tenemos que

$$\emptyset_n = tan^{-1}(tan\emptyset_t \cos\psi)$$

$$\emptyset_n = tan^{-1}(tan\ 14.5° * cos\ 30°) = \mathbf{12.62}°$$

Relación de paso axial y flanco o ancho de cara:

$$\frac{F}{p_x} = \frac{1.25}{0.453} = \mathbf{2.76}\ \boldsymbol{pasos}$$

De acuerdo al diseño en engranes helicoidales se recomienda que el ancho de cara o flanco sea como mínimo dos veces el paso axial, esto para que se cumplan las propiedades de engranamiento existentes en los engranes helicoidales.

2.3.2 Ejemplo 2

Dos engranes helicoidales montados en flechas separadas 6 plg. El piñon tiene un paso diametral de 6, paso diametral normal de 7 y ángulo de presión de 20°. La relación de velocidades es de $\frac{1}{2}$, determinar el número de dientes de cada engrane y el ángulo de presión normal.

Solución:

Numero de dientes de cada engrane: La relación de velocidades está dada por:

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{2}$$

Ahora de la ecuación:

$$C = \frac{p}{2\pi}(N_1 + N_2)$$

Se observa relación para determinar el número de dientes de cada engrane:

$$p = \frac{\pi}{P_d} = \frac{\pi}{6} = 0.5236\, plg$$

$$N_1 + N_2 = \frac{2\pi C}{p} = \frac{2 * \pi * 6}{0.5236} = 72$$

De la relación de velocidades se puede ver que:

$$2N_1 = N_2$$

$$N_1 + N_2 = N_1 + 2N_1 = 72$$

$$\boldsymbol{N_1 = 24\ dtes;\ N_2 = 48\ dtes}$$

Angulo de presión normal: Tenemos que

$$\emptyset_n = tan^{-1}(tan\emptyset_t \cos\psi)$$

Y sabemos que

$$P_{nd} = \frac{P_d}{\cos\psi}$$

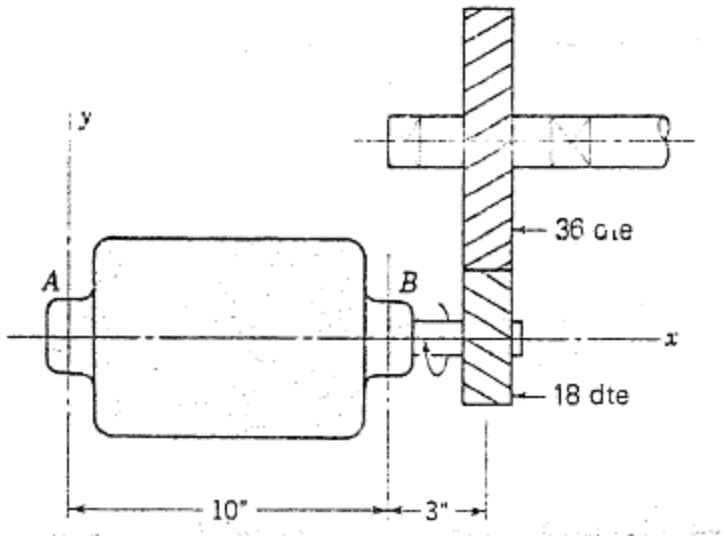
Por lo tanto

$$\cos\psi = \frac{P_d}{P_{nd}} = \frac{6}{7} = 0.857$$

$$\boldsymbol{\varphi = 31°}$$

$$\emptyset_n = tan^{-1}(tan\emptyset_t \cos\psi) = tan^{-1}(\tan 20° \cos 31°) = \mathbf{17.3°}$$

2.3.3 Ejemplo 3



En la figura se muestra un motor eléctrico de 1 hp que gira a 1800 rpm en el sentido de las manecillas del reloj, visto desde la parte positiva del eje x. Sobre el eje del motor está montado un piñon helicoidal de 18 dientes que tiene un ángulo de presión normal de 20°, un ángulo de hélice de 30° y un paso diametral normal de 12. El sesgo de la hélice se indica en la figura. Determine las fuerzas que actúan en el eje del motor.

Solución: Las fuerzas están expresadas como:

$$W_t = W_N cos\emptyset_n cos\psi$$

$$W_r = W_t tan\emptyset_t = W_N sen\emptyset_n$$

$$W_x = W_t tan\psi = W_N cos\emptyset_n sen\psi$$

Para determinarlas es necesario calcular W_t que esta expresada en función de la potencia como:

$$W_t = \frac{(hp)(33000)}{V_p}$$

La velocidad de la línea de paso V_p esta dada como:

$$V_p = \frac{\pi D n}{12}$$

Ahora como no tenemos el valor del diámetro de paso debemos calcularlo, recordando que:

$$P_{nd} = \frac{P_d}{cos\psi}$$

$$P_d = P_{nd}\, cos\psi = 12 \cos 30 = 10.4$$

Y que

$$D = \frac{N}{P_d} = \frac{18}{10.4} = 1.73\ plg.$$

Ahora es necesario calcular el ángulo de presión transversal que de la ecuación:

$$\emptyset_n = tan^{-1}(tan\emptyset_t \cos\psi)$$

$$\emptyset_t = tan^{-1}\frac{\tan\emptyset_n}{\cos\psi} = tan^{-1}\frac{\tan 20°}{\cos 30°} = 22.8°$$

Sustituyendo los valores en las ecuaciones anteriores:

$$V_p = \frac{\pi * 1.73 * 1800}{12} = 815\ ft/min$$

La carga transmitida vale:

$$W_t = \frac{(1)(33000)}{815} = \mathbf{40.5\ lb}$$

Los valores de las cargas son:

$$W_r = 40.5 \tan 22.8° = \mathbf{17.1\ lb}$$

$$W_x = 40.5 \tan 30° = \mathbf{23.4\ lb}$$

$$W_N = \frac{W_t}{cos\emptyset_n cos\psi} = \frac{40.5}{\cos 20° \cos 30°} = \mathbf{49.8\ lb}$$

2.4 Manufactura de engranes

Ahora es necesario mencionar que el proceso de producción de engranes se realiza de acuerdo al modelo de producción que se requiera. Los engranes pequeños se fabrican con placa o barras fraguadas, con el cubo, los rayos, el alma y el borde maquinados a dimensiones finales o casi finales, antes de producir los dientes. El ancho de la cara y el diámetro exterior de los dientes de engranes también se producen en esta etapa. Otros modelos de engranes pueden ser forjados, colados en arena o colados a presión, para obtener una forma básica antes de maquinarlos. Algunos engranes de donde se requiere una precisión moderada pueden colarse a presión con los dientes casi en su forma final.

Los engranes grandes con frecuencia, se fabrican desde componentes. El borde y la porción donde se maquinan los dientes podrán ser laminadas en forma de anillo, a partir de una barra plana para soldarla el alma, los rayos y el cubo, se sueldan dentro del anillo. Los engranes muy grandes se pueden fabricar en segmentos y fijarse con soldadura o tornillos.

2.4.1 Métodos más comunes de fabricación de engranes.

En este apartado se describen algunos de los procesos industriales más comunes que se utilizan en la fabricación de engranes de entre los que destacan por su importancia:

Fresado: En este proceso se emplea una fresa para cortar el espacio deseado entre dientes. El cortador es pasado a través de la pieza o engrane a construir para eliminar el material del espacio entre dientes. Después de esto la pieza es girada a la posición adecuada para efectuar el siguiente corte. Este procedimiento se repite hasta que se hayan cortado todos los espacios entre dientes.

Este proceso presenta una desventaja muy importante que limita el uso de los engranes cortados por este método. Con certeza el cortador solo puede ser usado para cortar un engrane de cierto paso y cierto número de dientes, o dicho en otras palabras deberá usarse un cortador no solo para cada paso sino también para cada numero de dientes. Si en la fabricación de engranes se tomara esto en cuenta, el costo del engrane seria prohibitivo. El procedimiento usual es emplear el mismo cortador para diez u ocho números de dientes para un paso dado, lo que reduce el costo de fabricación y lo hace razonable, pero obviamente solo uno de los ocho o diez engranes será correctamente cortado. Como consecuencia de esto, el método de fresado es usado rara vez limitándose solo para aquellas aplicaciones donde la exactitud es de relativa importancia.

Fig.2.6 Generación de engrane helicoidal a través de una fresadora.

Generación con cortador de cremallera: En este método un engrane cremallera es relativamente pasado a través de la cara de la pieza engrane a fabricar. Después de cada corte, el cortador cremallera es simultáneamente girado un ángulo pequeño para efectuar el siguiente corte. El procedimiento continúa hasta llegar al final de la cremallera, después de lo cual el cortador y la cremallera son nuevamente posicionados. La principal desventaja de este proceso es el tiempo necesario para cortar y la inexactitud que resulta con el reposicionamiento de la cremallera y es muy utilizado en la fabricación de engranes grandes.

Generación con cortador forma de engrane: Es muy parecido al proceso de corte con cortador cremallera, la diferencia principal es que la herramienta principal tiene la forma de un engrane. Las ventajas de este proceso es que constituyen un proceso de generación verdadera porque no se necesita reposicionar al cortador, este proceso permite la generación de engranes internos. La principal desventaja es que la forma del diente cortador es directamente transferido a la pieza engrane a cortar y cualquier error en el perfil del diente cortador se transfiere a la pieza o engrane cortado.

Fig. 2.7 Generación de engrane helicoidal con el método de Generación con sinfín.

Generación con sinfín: En este método la herramienta de corte es un tornillo sinfín o gusano. El sinfín penetra a través de la pieza engrane a formar, mientras tanto el sinfín como la pieza gira en forma sincronizada. La principal ventaja de este proceso es que no se requiere posicionar al sinfín, como en el caso de la cortadora cremallera. Además por el hecho de que un diente de la pieza es cortado por varios dientes del sinfín, se minimiza el efecto de cualquier error que se tenga en el perfil del diente. Este procedimiento es el más usado en la fabricación de engranes.

2.4.2Otros métodos de producción de engranes.

Los siguientes métodos de producción de engranes son muy utilizados ya que pueden producirse en volúmenes grandes a bajo costo pero de baja calidad.

Fundición a troquel*:* Los engranes son vaciados forzado un metal fundido a presión en un molde. Lo que hace que los engranes fabricados con este método sean de baja calidad es que al ser vaciados existen cambios en la pieza debido a la contracción del material vaciado. Al fin de mejorar la precisión de los engranes se requieren otros métodos de acabado que serán descritos posteriormente. Sin embargo, los costos agregados a la operación de acabado contrarrestan la ventaja económica relativa al vaciado. En general los engranes fabricados por vaciado se hacen para producción de gran numero de engranes de calidad relativamente baja.

Estirado: En este proceso el metal es estirado a través de dados o matrices obteniéndose piezas largas con la forma del engrane, la cual puede ser cortada como engranes de anchos.

Extrusión: Es un proceso en el cual el metal es empujado, no estirado, a través de dados o matrices. Es un proceso parecido al estirado solo que en este proceso el material usado está caliente.

Engranes de polvo sinterizado: El proceso de sinterizado consiste en aplicar presión y calor a un polvo metálico con el cual se va a formar el engrane. Este proceso da una elevada precisión en comparación con los procesos mencionados anteriormente, pero, por el alto costo del equipo necesario, la producción debe ser alta a fin de que el proceso sea costeable.

Estampados: En este proceso, se utiliza una prensa y un dado para cortar la forma del engrane. El engrane debe ser de poco espesor. Si se requiere obtener un engrane ancho a través de este proceso es necesaria una forma de laminación (prensado, soldadura, etc.)

Moldeo por inyección: Este proceso es empleado en la fabricación de engranes no metálicos en grandes cantidades pero de calidad relativamente baja.

2.4.3Métodos para acabados de engranes.

Esmerilado: Es un proceso mediante el cual se mejora tanto el acabado de engranes como la tolerancia de las dimensiones del engrane cortado. En este proceso se utiliza una rueda de esmeril abrasivo.

Cepillado: Es una operación mecánica para eliminar pequeñas partes de materiales obteniéndose los mismos resultados que con el esmerilados.

Bruñido: Es un proceso en el que el engrane a pulir es rolado en un engrane endurecido especialmente.

Lapeado*:* Es un método mediante el cual un engrane es puesto a trabajar con otro engrane que tiene embebido en el algún material abrasivo.

Rectificado: Es un proceso que emplea una herramienta conocida como rectificadora de cilindro, la cual está impregnada de un abrasivo o de una capa abrasiva, que hace girar al engrane en ambas direcciones.

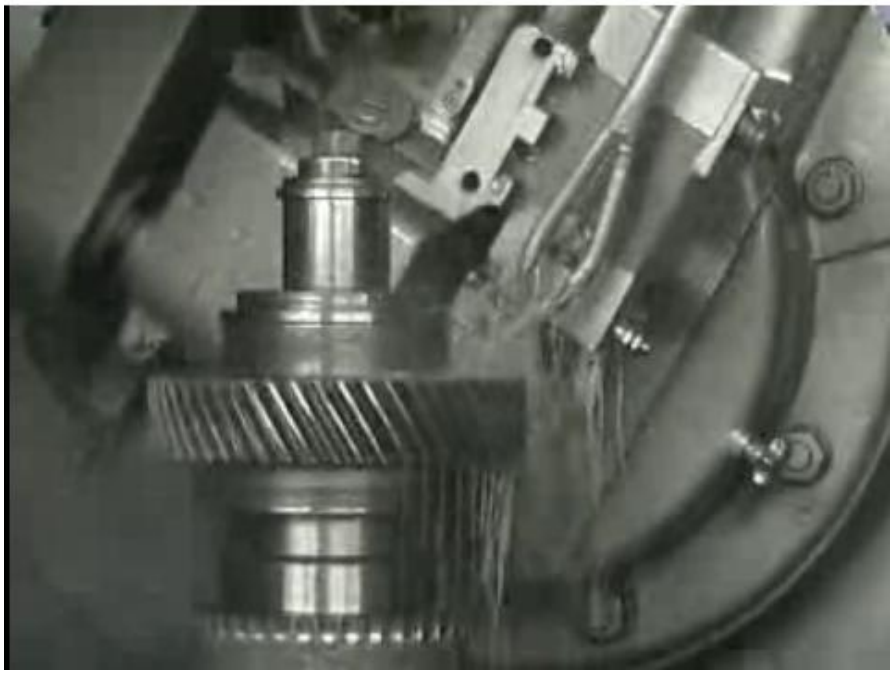


Fig. 2.8 Rectificado de engrane helicoidal a través de fresadora utilizando un cabezal divisor universal o una talladora de engranes.

De los métodos mencionados anteriormente el esmerilado y el cepillado se usan para acabados en engranes de precisión, mientras que los otros, generalmente, se usan para engranes de baja calidad.

2.4.4 Materiales para la fabricación de engranes.

Los engranes se fabrican en una gran variedad de materiales, tanto metálicos como no metálicos. La importancia que tiene la elección del material en el diseño de piezas mecánicas es de suma importancia para las condiciones en las que la pieza trabaja, en el caso de los engranes se recomienda que el material que se utilice para su fabricación deberá ser el más barato disponible y que asegure el buen funcionamiento de este o al menos que el trabajo sea satisfactorio. Para ello el diseñador debe decidir cuál de los diferentes criterios conocidos es el más importante para la solución de su problema. Por ejemplo si la consideración principal es la de alta resistencia, se debe utilizar un acero en lugar de hierro vaciado. Si la resistencia al desgaste es el aspecto principal deberá usarse material no ferroso en lugar de material ferroso. Así también si se desea la reducción del ruido, los materiales no metálicos se comportan mejor que los metálicos. A continuación se describen las características de algunos materiales utilizados en la fabricación de engranes de acuerdo a sus clasificaciones generales.

Hierros vaciados

El hierro vaciado es uno de los materiales más comúnmente usado en la fabricación de engranes, su bajo costo, facilidad de vaciado, buena maquinabilidad, alta resistencia al desgaste y buena propiedad para el abatimiento del ruido hacen que su selección sea lógica. La principal desventaja del hierro vaciado como material para engrane es su baja resistencia a la tensión, lo cual hace que el diente del engrane sea débil a la flexión y sea necesario utilizar un diente de mayor altura. La ASTM numera al hierro vaciado entre los valores 20 y 60 y son muy comúnmente usados en engranes. Es de mencionarse que la numeración del hierro vaciado correspondiente a la AGMA tiene la misma resistencia a tensión que la dada por la ASTM.

El hierro nodular es otro tipo de hierro vaciado con agregados de magnesio y cerio. Este material tiene una resistencia a la tensión muy alta y retiene las características de desgaste y maquinabilidad del hierro vaciado ordinario.

Aceros

Los engranes de acero generalmente se hacen de acero al carbón o de aleaciones de acero. Tienen la ventaja sobre el hierro vaciado, son de alta resistencia sin un costo excesivo. Sin embargo requieren de un tratamiento térmico para producir un endurecimiento de superficie suficiente para obtener resistencia satisfactoria al desgaste. El tratamiento, por lo común produce distorsión en el engrane, dando como resultado el que la carga no se distribuya uniformemente a través de la cara del diente del engrane. Debido a que los aceros aleados están sujetos a menor distorsión debido al tratamiento térmico que el acero al carbón, con frecuencia se les da preferencia con respecto a los aceros al carbón.

Con frecuencia a los engranes se les ha endurecido completo templándolos en agua o aceite. Si lo que se necesita es un grado bajo de dureza el endurecimiento completo tal vez sea el proceso de tratamiento térmico más barato.

El endurecimiento superficial se usa en engranes que requieren de una superficie endurecida y pata lo cual no sea necesaria mucha precisión. Este procedimiento da como resultado que el engrane se tenga una superficie más dura en comparación con el núcleo. La ventaja de este procedimiento es que, mientras la superficie del engrane es dura y resistente al desgaste, el núcleo permanece siendo tenaz.

Algunos de los procedimientos comunes para producir el proceso de endurecimiento superficial se describen a continuación:

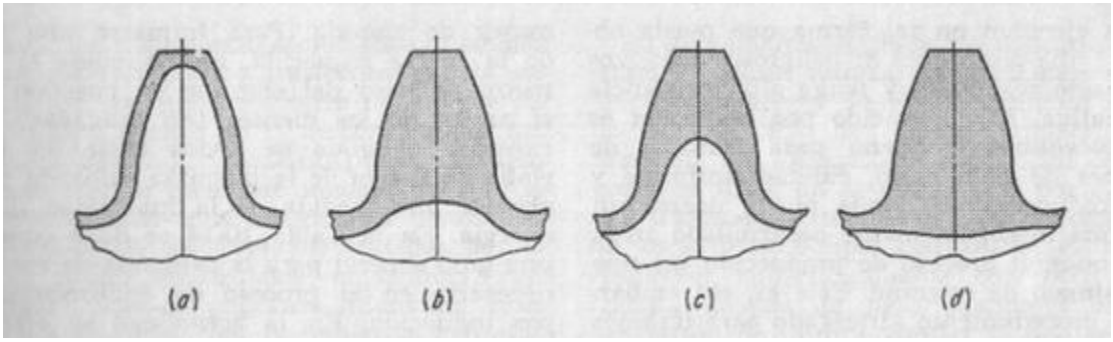


Fig. 2.9 Se muestra el endurecimiento de los dientes de engranes, resultado producido por algún tratamiento superficial.

Carburizado (fig. 2.9a): Es uno de los métodos más ampliamente usados para el endurecimiento superficial de los dientes, el engrane cortado se coloca en un medio carburizante y se calienta, la capa superficial de los dientes del engranaje absorbe el carbono (difusión) y después de una o más horas de mantenerlo a temperatura elevada, el carbono ha penetrado para dar la profundidad de endurecido requerida.

Nitrurado (fig. 2.9a): Es un procedimiento de endurecimiento superficial que se aplica a los engranajes de acero aleado el engranaje a nitrurar recibe un tratamiento de bonificado para darle un endurecimiento promedio. Las zona que no van a ser nitruradas deben ser cubiertas con placas de cobre u otro material adecuado, después se coloca en el horno de nitruración calentándolo a 1000º F (538ºC). El Nitrurado se efectúa mediante gas de amoniaco que se descompone en nitrógeno atómico e hidrogeno sobre la superficie del acero. El nitrógeno atómico penetra lentamente en la superficie del hacer y se combina con otros elementos, para formar nitruros de extraordinaria dureza. Un acero con aleación de exclusivamente de carbono no puede ser Nitrurado con éxito.

Endurecimiento por inducción (Fig. 2.9b, c): El engrane es endurecido superficialmente por medio de corrientes alternas de lata frecuencia. El proceso consiste en enrollar una bobina de inducción alrededor de la pieza, generalmente la pieza es girada dentro de la bobina, en pocos segundos los dientes son llevados por encima de la temperatura crítica (de un color rojo intenso), después de este proceso el engranaje es retirado de la bobina y se le da un temple controlado por medio de un baño de

rocío aplicado por un rociador anula o se le sumerge en un baño agitado. Antes del endurecimiento por inducción el disco del engranaje se trata térmicamente.

Endurecido con flama (Fig. 2.9d): Proporciona un endurecimiento poco profunda, es por medio de una flama oxiacetilénica empleando quemadores especiales. Para obtener un calentamiento uniforme generalmente se hace girar el engranaje en la flama. El engranaje es semiendurecido y los dientes se rebajan y se les da el acabado final antes de endurecerlos.

Metales no ferrosos

El cobre, zinc, aluminio y titanio son los materiales que se usan para obtener aleaciones que son útiles como materiales para engranes. Generalmente se utilizan aleaciones de cobre como el bronce, estos son muy útiles para aumentar la resistencia a la corrosión y cuando se tienen velocidades de deslizamiento muy altas. Debido a su habilidad para reducir la fricción estos materiales son muy usados en reductores de engranes de gusano y sinfín. Las aleaciones de aluminio y zinc son usadas en la fabricación de engranes por el proceso de fundición a troquel.

Materiales no metálicos

Durante muchos años se han fabricado engranes con materiales no metálicos. Se ha usado materiales de cuero crudo, nylon, varios tipos de plástico, etc. Las ventajas que se obtienen con el uso de estos materiales son operación sin ruido, lubricación interna, amortiguación de vibraciones y choques y economía en su fabricación. La principal desventaja son la baja capacidad de soportar carga y la baja conductibilidad de calor que produce distorsión en los dientes debido al calor lo que debilita mucho los dientes del engrane.

Recientemente se han utilizado materiales compuestos para la fabricación de engranes como resinas termoplásticas reforzadas con fibras de vidrio y lubricante como aditivo. Este material compuesto tiene una gran capacidad de carga, expansión térmica reducida, gran resistencia al desgate y fatiga. Sin embargo los engranes fabricados con materiales plásticos presentan grandes variaciones en sus propiedades, los cuales no dependen del método de prueba utilizado. Por lo tanto es necesario probar cada diseño para determinar si su desempeño es conforme a los valores de las propiedades de los materiales usados.

Capítulo 3

Diseño de engranes helicoidales.

3.1 Normas que rigen el diseño de engranes.

Antes de iniciar con el tema referido al diseño de engranes helicoidales, es importante mencionar a los organismos que rigen el diseño y la fabricación de engranes a nivel mundial.

La mayor parte de los engranes son fabricados conforme a sistemas de engranes estandarizados por asociaciones internacionales como la American Gears Manufacturers Association (AGMA), la American Standars Association (ASA) y la American Society of Mechanical Engineers(ASME); pero existen otras organizaciones que también emiten normas funcionales para el diseño de engranes entre ellas podemos citar a la International Standars Organization (ISO) a la organización alemana (DIN) y a las normas soviéticas GOST

Normas AGMA.

Es innegable el destacado aporte realizado, en el desarrollo de normas y orientaciones para el cálculo de la capacidad de carga de los engranajes de la Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes (AGMA), reconocido por muchos como la principal agrupación en el estudio de los engranajes.

Fundada en 1916, por nueve compañías productoras con intereses en la normalización de los engranajes, AGMA presenta una membrecía actual de 350 compañías vinculadas a la tecnología de engranajes y significativas personalidades de prestigio internacional en esta temática.

Desde 1993, AGMA posee la dirección del Comité Técnico 60 de la Organización Internacional de Normalización (ISO), responsable del desarrollo de normas internacionales relacionadas con los engranajes. Actualmente posee 49 comités técnicos vinculados al desarrollo de normas AGMA para el diseño, fabricación y aplicación de los engranajes y acoplamientos dentados.

Uno de los principales fundamentos de la asociación es el desarrollo y actualización de las normas AGMA. Debido al intenso trabajo desarrollado, actualmente cuenta con un total de 64 normas vinculadas al campo de los engranajes. Algunas de ellas se pueden citar a continuación:

AGMA112.03: Terminología de los engranes.

AGMA111.03: Clave de letras para la ingeniería de los engranes.

AGMA2002-B88: Especificación del espesor de diente y mediciones.

También se han creado normas en comunión con el American National Standars Institute (ANSI) y se muestran a continuación:

ANSI/AGMA2001: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con dientes de evolvente. (Sistema ingles).

ANSI/AGMA2101: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con dientes de evolvente. (Sistema métrico).

AGMA 370.01: Manual de diseño de engranajes cilíndricos.

Normas y Reportes Internacionales (ISO).

De las numerosas agrupaciones técnicas de ISO (siglas aceptadas internacionalmente para identificar a la Organización para la Normalización Internacional), ha sido designado el Comité Técnico 60 (ISO TC60) para dedicarse plenamente a la elaboración, discusión y aprobación de las Normas Internacionales referidas a engranajes.

Desde 1993, la secretaría de ISO TC60 corre a cargo de la Asociación Americana de Fabricantes de Engranajes (en inglés, American Gear Manufacturers Association, AGMA). Anteriormente el Instituto Belga de Normalización había sido responsabilizado con la conducción del mencionado Comité Técnico. Hasta el mes de Diciembre del 2000, ISO TC60 presentaba aprobadas 22 Normas ISO y 8 Reportes Técnicos (TR).

De estas normas algunas de ellas se muestran a continuación:

ISO 6336-1: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Introducción y factores de influencia general.

ISO 6336-2: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la durabilidad superficial (picadura).

ISO 6336-3: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la resistencia en el pie del diente.

ISO 6336-5: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Resistencia y calidad de los materiales.

ISO-TR10495: Cálculo de la vida de servicio en condiciones de carga variable, para engranajes cilíndricos.

ISO-TR13989-1: Verificación de la resistencia de los flancos de los dientes al desgaste adhesivo. Criterio de temperatura de flash.

ISO-TR13989-2: Verificación de la resistencia de los flancos de los dientes al desgaste adhesivo. Criterio de temperatura media.

Derivada de la Norma ISO 6336, dirigida a engranajes con aplicación general, se han realizado un grupo de propuestas de normas con aplicaciones más específicas, como son los casos de:

ISO-CD9085-1: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos industriales.

ISO-CD9085-2: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos industriales. Cálculo simplificado.

ISO-CD9084: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos para altas velocidades.

ISO-CD9083: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con aplicación en la marina.

ISO-CD9082: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con aplicación en vehículos.

ISO-CD9081: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos con aplicación en la aviación.

Normas Alemanas (DIN).

En los trabajos iniciales realizados para la discusión y la aprobación de la vigente Norma ISO 6336, tuvieron gran importancia como propuestas de normas preliminares las actuales normas alemanas:

DIN 3990-1: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Introducción y factores de influencia general.

DIN 3990-2: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la durabilidad superficial (picadura).

DIN 3990-3: Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales. Cálculo de la resistencia en el pie del diente.

Normas Soviéticas (GOST).

Las normas soviéticas fueron durante mucho tiempo el reflejo del elevado desarrollo alcanzado por las investigaciones en el campo científico-técnico por la Unión de Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS), observado en la detallada edición de las normas GOST, que comprendían en la mayoría de los casos los últimos avances científicos-técnicos alcanzados por los investigadores en áreas especificas. Los trabajos de los investigadores soviéticos, además del estudio realizado de las normas CAME y las propuestas de normas ISO contemporáneas, permitieron la elaboración de la siguiente norma:

GOST 21354-86: Engranajes cilíndricos de dientes de evolvente. Cálculo de Resistencia.

3.2 Resistencia a la flexión en engranes helicoidales.

Las consideraciones siguientes deben tomarse en cuenta como importantes factores limitadores del diseño al especificar la capacidad de una transmisión de engranes.

- El calor generado durante la operación.
- La falla de los dientes por ruptura.
- La falla por fatiga en la superficie de los dientes.
- El desgaste abrasivo en la superficie de estos.
- El ruido resultante de velocidades altas o cargas fuertes

El diseño de engranes presenta un problema en extremo difícil porque principalmente es un método de tanteos. Sin embargo hay varios métodos que pueden usarse para desarrollar un diseño. Generalmente los engranes fallan porque las cargas que realmente se aplican en los dientes son mayores que las cargas admisibles basadas ya sea en la resistencia el diente como viga (resistencia a la flexión) lo que ocasiona fractura o por resistencia al desgaste que da como resultado una falla superficial.

En esta sección se describirán las ecuaciones para el análisis de la resistencia a la flexión de engranes helicoidales se analizaran las ecuaciones tanto como de la ecuación de Lewis como de la AGMA. El enfoque dado muestra dos posibilidades o caminos que se pueden tener para un primer diseño con base en la flexión.

3.2.1 Ecuación de Lewis.

Wilfred Lewis, en un trabajo publicado en 1892, obtuvo una ecuación para determinar el esfuerzo en el diente de un engrane considerando al diente como una viga empotrada. Aun se utiliza la ecuación de Lewis para cálculos preliminares de diseño o para los cuales no se requiere tanta precisión.

La figura siguiente muestra el diente de un engrane con la fuerza que está actuando en la parte superior del diente: Esta fuerza normal W_N se descompone en sus componentes W_t y W_r, actuando en el punto que es la intersección de la línea de acción de la carga normal con el centro del diente. Se supone que en este punto la carga esta uniformemente distribuida a lo largo del ancho del diente.

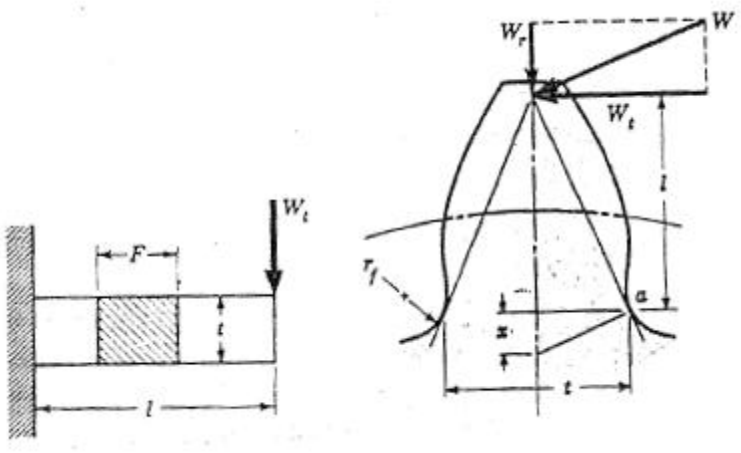


Fig. 3.1 Consideración del diente de un engrane como viga empotrada para la determinación de la ecuación de Flexión de Lewis.

Esta suposición es incorrecta porque aunque el engrane está colocado sobre soportes elásticos, se espera, por tanto, tener una distribución de carga no uniforme. La ecuación básica de Lewis puede modificarse para incluir el efecto de distribución de carga no uniforme. Sin embargo, al derivar la ecuación modificada de Lewis se acepta la suposición de uniformidad de la carga. Para minimizar las dificultades resultantes de esta suposición, muchos diseñadores limitan el valor del ancho de la cara del diente del engrane en comparación con el espesor del diente. Esto lo hacen limitando la relación entre en ancho del diente y el paso circular a un valor máximo de 4 o 5. Es necesario aclarar que estos límites solo son sugerencias y podrá haber muchas excepciones.

La componente radial W_r produce un esfuerzo de compresión directa y uniforme sobre la sección transversal del diente, en tanto la carga tangencial W_t produce un esfuerzo flexionante. Por lo general, se supone que el esfuerzo directo de compresión es muy pequeño comparado con el esfuerzo flexionante de modo que puede ser ignorado en la determinación de la resistencia del diente. Además para justificar esta suposición, está bien claro que al incluir el esfuerzo directo de compresión, hará que se aumente el esfuerzo por flexión en el lado de la compresión del diente y que se disminuya el esfuerzo resultante en el lado de la tensión. Para muchos materiales usados que son más resistentes a la compresión que a la tensión, la suposición dará como resultado un diseño de diente más resistente. El argumento final que remacha el porqué se ignora el esfuerzo directo de compresión es el siguiente. Debido a que los dientes están sujetos a falla por fatiga y las fallas empiezan en el lado de

tensión del diente, el esfuerzo directo de compresión reduce el valor del esfuerzo resultante de tensión y, por lo tanto, robustece más al diente. Si ahora se considera al diente como viga empotrada el esfuerzo puede encontrarse aplicando la siguiente ecuación.

$$\sigma = \frac{Mc}{I} = \frac{6W_t l}{Ft^2} \qquad (3.1)$$

$$W_t = \frac{\sigma F t^2}{6l} \qquad (3.2)$$

En una viga bien diseñada, el esfuerzo debe ser uniforme para cualquier sección de la viga. En un diente de engrane de resistencia uniforme el esfuerzo es constante, y ya que el ancho del engrane y la carga también son constantes, la ecuación anterior puede escribirse como:

$$l = \frac{\sigma F}{6W_t} t^2 = constante * t^2$$

Haciendo referencia a la figura se supone que el esfuerzo máximo que se tiene en un diente ocurre en el punto a. Por triángulos semejantes se tiene:

$$\frac{x}{t/2} = \frac{t/2}{l} \qquad o \qquad l = \frac{t^2}{4x}$$

$$W_t = \frac{\sigma F t^2}{6t^2} 4x = \sigma F \frac{4x}{6} \qquad (3.3)$$

Multiplicando y dividiendo por el paso circular normal p_n, porque se refiere a engranes helicoidales, se obtiene:

$$W_t = \sigma F \frac{4x}{6} * \frac{p_n}{p_n}$$

Debido a que x y p son propiedades geométricas que dependen del tamaño y la forma del diente, es posible definir un factor.

$$y = \frac{2x}{3p_n}$$

Y es llamado factor de forma de Lewis y, por tanto, nos permite escribir la ecuación de Lewis como:

$$W_t = \sigma F y p_n \qquad (3.4)$$

Debido a que en los engranes generalmente el más usado es el paso diametral, se puede hacer la siguiente sustitución:

$$W_t = \sigma F \frac{Y\pi}{\pi P_{nd}} = \sigma F \frac{Y}{P_{nd}} \qquad (3.5)$$

Los valores del factor de forma de Lewis han sido calculados para los sistemas de engranes estándar y están disponibles fácilmente.

Tabla 3.1 Valores del Factor de Forma de Lewis.

No. de dientes	Carga en la parte superior								Carga cerca del centro			
	14½° FD		20° FD		20° diente corto		25°		14½° FD		20° FD	
—	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y
10	0.176	0.056	0.201	0.064	0.261	0.083	0.238	0.076				
11	0.192	0.061	0.226	0.072	0.289	0.092	0.259	0.082				
12	0.210	0.067	0.245	0.078	0.311	0.099	0.277	0.088	0.355	0.113	0.415	0.133
13	0.223	0.071	0.264	0.083	0.324	0.103	0.293	0.093	0.377	0.120	0.443	0.141
14	0.236	0.075	0.276	0.088	0.339	0.108	0.307	0.098	0.399	0.127	0.468	0.149
15	0.245	0.078	0.289	0.092	0.349	0.111	0.320	0.102	0.415	0.133	0.490	0.156
16	0.255	0.081	0.295	0.094	0.360	0.115	0.332	0.106	0.430	0.137	0.503	0.160
17	0.264	0.084	0.302	0.096	0.368	0.117	0.342	0.109	0.446	0.142	0.512	0.163
18	0.270	0.086	0.308	0.098	0.377	0.120	0.352	0.112	0.459	0.146	0.522	0.167
19	0.277	0.088	0.314	0.100	0.386	0.123	0.361	0.115	0.471	0.150	0.534	0.170
20	0.283	0.090	0.320	0.102	0.393	0.125	0.369	0.118	0.481	0.153	0.544	0.173
21	0.289	0.092	0.326	0.104	0.399	0.127	0.377	0.120	0.490	0.156	0.553	0.177
22	0.292	0.093	0.330	0.105	0.404	0.129	0.384	0.122	0.496	0.158	0.559	0.178
23	0.296	0.094	0.333	0.106	0.408	0.130			0.502	0.160	0.565	0.180
24	0.302	0.096	0.337	0.107	0.411	1.032	0.396	0.126	0.509	1.062	0.572	0.183

Tabla 3.1 Valores del Factor de Forma de Lewis (Continuación)

No. de dientes	Carga en la parte superior								Carga cerca del centro			
	14½° FD		20° FD		20° diente corto		25°		14½° FD		20° FD	
	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y
25	0.305	0.097	0.340	0.108	0.416	0.133	0.402	0.128	0.515	0.164	0.580	0.184
26	0.308	0.098	0.344	0.109	0.421	0.135	0.407	0.130	0.522	0.166	0.584	0.186
27	0.311	0.099	0.348	0.111	0.426	0.136	0.412	0.131	0.528	0.168	0.588	0.187
28	0.314	0.100	0.352	0.112	0.430	0.137	0.417	0.133	0.534	0.170	0.592	0.189
29	0.316	0.101	0.355	0.113	0.434	10.38	0.421	0.134	0.537	0.171	0.599	0.191
30	0.318	0.101	0.358	0.114	0.437	0.139	0.425	0.135	0.540	0.172	0.606	0.193
31	0.320	0.101	0.361	0.115	0.440	0.140	0.429	0.137	0.554	0.173	0.611	0.195
32	0.322	0.101	0.364	0.116	0.443	0.141	0.433	0.139	0.547	0.174	0.617	0.196
33	0.324	0.103	0.367	0.117	0.445	0.142	0.436	0.139	0.550	0.175	0.623	0.198
34	0.326	0.104	0.371	0.118	0.447	0.142	0.440	0.140	0.553	0.177	0.628	0.200
35	0.327	0.104	0.373	0.119	0.449	0.143	0.443	0.141	0.556	0.177	0.633	0.201
36	0.329	0.105	0.377	0.120	0.451	0.144	0.446	0.142	0.559	0.178	0.639	0.203
37	0.330	0.105	0.380	0.121	0.454	0.144	0.449	0.143	0.563	0.179	0.645	0.205
38	0.333	0.106	0.384	0.122	0.455	0.145	0.452	0.144	0.565	0.180	0.650	0.207
39	0.335	0.107	0.386	0.123	0.457	0.146	0.454	0.145	0.568	0.181	0.655	0.209
40	0.336	0.107	0.389	0.124	0.459	0.146	0.457	0.145	0.570	0.182	0.659	0.210
43	0.339	0.108	0.397	0.126	0.467	0.147	0.464	0.148	0.574	0.183	0.668	0.212
45	0.340	0.108	0.399	0.127	0.468	0.149	0.468	0.149	0.579	0.184	0.678	0.214

Tabla 3.1 Valores del Factor de Forma de Lewis (Continuación)

	Carga en la parte superior								Carga cerca del centro			
No. de dientes	14½° FD		20° FD		20° diente corto		25°		14½° FD		20° FD	
—	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y	Y	y
50	0.346	0.110	0.408	0.130	0.474	0.151	0.477	0.152	0.588	0.187	0.694	0.221
55	0.352	0.112	0.415	0.132	0.480	0.153	0.484	0.154	0.596	0.190	0.704	0.224
60	0.355	0.113	0.421	0.134	0.484	0.154	0.491	0.156	0.603	0.192	0.713	0.227
65	0.358	0.114	0.425	0.135	0.488	0.155	0.496	0.158	0.607	0.193	0.721	0.229
70	0.360	0.115	0.429	0.136	0.493	0.157	0.501	0.160	0.610	0.194	0.728	0.231
75	0.361	0.115	0.433	0.138	0.496	0.158	0.506	0.161	0.613	0.195	0.735	0.233
80	0.363	0.116	0.436	0.139	0.499	0.159	0.509	0.162	0.615	0.196	0.739	0.235
90	0.366	0.117	0.442	0.141	0.503	0.160	0.516	0.164	0.619	0.197	0.747	0.237
100	0.368	0.117	0.446	0.142	0.506	0.161	0.521	0.166	0.622	0.198	0.755	0.240
150	0.375	0.119	0.458	0.146	0.518	0.165	0.537	0.171	0.635	0.202	0.778	0.247
200	0.378	0.120	0.463	0.147	0.524	0.167	0.545	0.174	0.640	0.204	0.787	0.250
300	0.382	0.122	0.471	0.150	0.534	0.170	0.554	0.176	0.650	0.207	0.801	0.255
Rack	0.390	0.124	0.484	0.154	0.550	0.175	0.566	0.180	0.660	0.210	0.823	0.262

Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

Un análisis de la ecuación anterior muestra que la carga tangencial máxima admisible o transmitida puede ahora obtenerse si se conoce el valor del esfuerzo admisible utilizado del material del engrane. Para evitar confusión, el procedimiento usual es el designar por W_b a la carga admisible. Por tanto, la ecuación anterior se puede escribir como:

$$\boldsymbol{W_b = SFyp_n = SF\frac{Y}{P_{nd}}} \quad (\mathbf{3.6})$$

Existe otra consideración con base en el punto donde se aplica la carga y que puede ser aplicada a la ecuación de Lewis. Se supuso que la carga total transmitida W_t actúa en la parte superior del diente. Debido a que caso todos los engranes están diseñados con una relación de contacto entre 1.2 y 1.6,

es claro que cuando la carga actúa en la parte superior del diente, otro diente continúa en contacto y la carga total no actúa en un solo diente.

Ahora si se considerara la carga en un punto desplazado desde la parte superior hacia el centro en un punto cercano a él (el segundo diente estará fuera de contacto y la carga actuara sobre un solo diente). La ecuación de Lewis cumple este lineamiento, la única diferencia que se tiene es en los valores del factor de forma de Lewis cuando la carga actúa cerca del centro del diente. En las tablas anteriores se tienen los valores para dicha suposición. Esta forma del factor de Lewis reduce el tamaño y el peso de los engranes porque se usa un esfuerzo real menor. Sin embargo, la ecuación se usa solo para aquellos diseños en los que la reducción de peso y tamaño es de suma importancia.

Los valores del esfuerzo admisible indicados en la tabla siguiente están basados en investigaciones referentes al comportamiento de engranes de uso real.

Concentración del esfuerzo.

Otro factor importante que afecta al esfuerzo en el diente de un engrane y que no está indicado en ecuación simplificada de Lewis, es la concentración del esfuerzo que se tiene en la raíz del diente. Las investigaciones en fotoelasticidad han dado como resultado ecuaciones empíricas que dan resultados razonables de la concentración de esfuerzos. Dolan y Broghamer formularon ecuaciones:

$$K_t = 0.22 + \left(\frac{t}{r}\right)^{0.2}\left(\frac{t}{l}\right)^{0.4} \quad para\ 14.5°\ ángulo\ de\ presión \qquad (3.7a)$$

$$K_t = 0.18 + \left(\frac{t}{r}\right)^{0.15}\left(\frac{t}{l}\right)^{0.45} \quad para\ 20°\ ángulo\ de\ presión \qquad (3.7b)$$

$$K_t = 0.14 + \left(\frac{t}{r}\right)^{0.11}\left(\frac{t}{l}\right)^{0.5} \quad para\ 25°\ ángulo\ de\ presión \qquad (3.7c)$$

Donde K_t= factor de concentración de esfuerzos; t= espesor del diente en la base del mismo (sección más débil); r=radio del filete en la raíz del diente; l=distancia medida por arriba de la sección débil del diente hasta la línea de acción de la carga.

Debido a que la concentración del esfuerzo obtenida a partir de la ecuación anterior es para un diente de un engrane sujeto a esfuerzo estático y que el engrane está sujeto a esfuerzos por fatiga, las ecuaciones anteriores deberán modificarse por factores de sensibilidad a la muesca q. Los estudiantes pueden tomar un valor razonable de 1.5 para concentración de esfuerzo.

Tabla 3.2 Esfuerzos estáticos de seguridad para usar en la ecuación de Lewis.

Material	S_o lb/pig^2	BHN
Fundición gris		
ASTM 25	8 000	174
ASTM 35	12 000	212
ASTM 50	15 000	223
Acero vaciado (bajo carbón)		
0.20% C sin tratamiento térmico	20 000	180
0.20% C WQT	25 000	250
Acero al carbón forjado		
SAE 1020 endurecimiento superficial y WQT	18 000	156
SAE 1030 sin tratamiento	20 000	180
SAE 1035 sin tratamiento	23 000	190
SAE 1040 sin tratamiento	25 000	202
SAE 1045 sin tratamiento	30 000	215
SAE 1045 endurecido por WQT	32 000	205
SAE 1050 endurecido por OQT	35 000	223
Aceros aleados		
SAE 2320 endurecimiento superficial y WQT	50 000	225
SAE 2345 endurecido por OQT	50 000	475
SAE 3115 endurecimiento superficial y OQT	37 000	212
SAE 3145 endurecido por OQT	53 000	475
SAE 3245 endurecido por OQT	65 000	475
SAE 4340 endurecido por OQT	65 000	475
SAE 4640 endurecido por OQT	55 000	475
SAE 6145 endurecido por OQT	67 500	475
Materiales a base de cobre		
SAE 43 (ASTM B147-52, 8A) (manganeso bronce)	20 000	100
SAE 62 (ASTM B143-52, 1A) bronce de cañón	10 000	80
SAE 65 (ASTM B144-52, 3C) (fósforo bronce)	12 000	100
SAE 68 (ASTM B148-52, 9B) (aluminio bronce tratado térmicamente)	22 000	180
No metales		
Baquelita, Micarta, Celerón	8 000	

La ecuación de Lewis puede modificarse para incluir el efecto de la concentración de esfuerzos así como también se referirá al diseño de engranes helicoidales como sigue.

$$W_b = \frac{SFY}{K_f P_{nd}} \quad (3.8)$$

Donde K_f es el factor de concentración de esfuerzos y esta dado por la relación:

$$K_f = 1 + q(K_t - 1) \qquad (3.9)$$

Cuando se toma la carga en la parte superior del diente del engrane el valor de K_f puede tomarse con valor de 1. En la ecuación modificada de Lewis se utiliza el valor del paso diametral normal porque la carga en el diente que causa el esfuerzo por flexión es normal a la superficie del diente en el plano normal. W_b Debe ser menor que la carga dinámica W_d calculada por la ecuación 2.9 del capítulo 2.

3.2.2 Ecuación de la AGMA.

La ecuación de resistencia final presentada, es la de la AGMA con las modificaciones de la ecuación de Lewis. Esta ecuación es particularmente útil para el diseño de engranes ya que se incluyen en ella los factores de corrección a la ecuación original de Lewis con lo que se compensan algunas de las suposiciones erróneas establecidas en la obtención de la misma, así como también algunos factores importantes que no se consideraron originalmente. La ecuación es escrita como sigue.

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{W_t K_o P K_s K_m}{K_v F J}} \qquad \boldsymbol{(3.10)}$$

Donde:

$\sigma_t = Esfuerzo\ calculado\ en\ la\ raíz\ del\ diente. lb/plg^2$

$W_t = Carga\ transmitida\ en\ lb$

$K_o = Factor\ de\ corrección\ por\ sobrecarga$

$P = Paso\ diametral$

$K_s = Factor\ de\ corrección\ por\ tamaño$

$K_m = Corrección\ por\ distribucion\ de\ la\ carga$

$K_v = Factor\ dinámico$

$F = Ancho\ del\ engrane\ plg$

$J = Factor\ geométrico$

A continuación se describirán los factores y se mostrara un análisis de ellos, esto es para comprender el uso de la ecuación.

Factor de corrección por sobrecarga K_o.

El factor de corrección por sobrecarga, K_o considera el hecho de que mientras que, W_t es el valor promedio de la carga transmitida, la carga máxima real puede ser hasta dos veces mayor debido a los choques que se tengan ya sea en el sistema motriz o en el impulsado. Entre otras cosas estos factores también toman en cuenta además de los choques, vibraciones, cambios de velocidad y otras condiciones específicas de la aplicación que pueden causar la elevación de la magnitud de la carga transmitida.

Tabla 3.3. Factor de sobrecarga, K_o (para conducción a velocidad creciente y decreciente)

Fuente de energía	Carga en la máquina impulsada		
	Uniforme	Choque moderado	Choque fuerte
Uniforme	1.00	1.25	1.75 o alto
Choque ligero	1.25	1.50	2.00 o alto
Choque mediano	1.50	1.75	2.25 o alto

* Para conducción a velocidad decreciente de engranes rectos y cónicos (pero no para engranes helicoidales y doble helicoidales) agregar 0.01 $(n_G/n_p)^2$ a los factores de la Tabla 10-4, donde N_{tp} = número de dientes del piñón; N_{tg} = número de dientes del engrane.

FUENTE: AGMA.

Se debe aplicar un valor de sobrecarga igual a 1, para un motor perfectamente uniforme a través de un reductor de velocidad con engranes. Toda condición más violenta necesita un valor mayor que 1. Para fuentes de potencia se usaran los siguientes:

- Uniformes: Motor eléctrico o turbina de gas a velocidad constante.
- Choque ligero: Turbina hidráulica e impulsor de velocidad variable.
- Choque moderado: Motor multicilindro.

Como ejemplos del grado de aspereza de las maquinas impulsadas se pueden citar los siguientes:

- Uniformes: Generador de trabajo pesado continuo.

- Choque ligero: Ventiladores y bombas centrifugas de baja velocidad, agitadores de líquidos, generadores de régimen variable, transportadores con carga uniforme y bombas rotatorias de desplazamiento positivo.
- Choque moderado: Bombas centrifugas de alta velocidad, bombas y compresores alternos, transportadores de trabajo pesado, impulsores de maquinas de herramientas, mezcladoras de concreto, maquinas textiles, etc.
- Choque pesado: Trituradoras de ropa, impulsores de troqueladoras y punzonadoras, pulverizadores, molinos de proceso, cinceladores de madera y descargadores de carros de ferrocarril.

Factor de tamaño K_s

El factor de tamaño está estipulado para tomar en cuenta la no uniformidad de las propiedades del material. Es una función del tamaño del diente; diámetro de las partes; relación del tamaño del diente al diámetro de las partes; ancho de la cara; área del patrón del esfuerzo; relación de profundidad de la superficie endurecida al tamaño del diente; calidad, templabilidad y tratamiento térmico de los materiales, magnitud y dirección del gradiente de los esfuerzos residuales. Para aplicación del factor de tamaño en engranes helicoidales el valor de K_s=1

Factor de distribución de carga K_m

Depende de los efectos combinados por desalineamiento de los ejes de rotación debido a los errores del maquinado y al juego de los baleros, desviaciones de las cargas, deflexión elástica de las flecas, baleros y alojamientos debidos a la carga. La información proporcionada por la AGMA se muestra en las tablas y figuras que dan los valores de K_m cuando se dispone de la información por desalineamiento. Sin embargo, cuando se carece de tal información pueden usarse los valores del factor K_m dados en la tabla siguiente.

Tabla 3.4. Factor de distribución de la carga,K_m

Condición del soporte	Ancho del engrane							
	2 plg ancho y menos		6 plg ancho		9 plg ancho		16 plg ancho y más	
	Recto	Helicoidal	Recto	Helicoidal	Recto	Helicoidal	Recto	Helicoidal
Montaje preciso, baleros con poco juego, deflexión elástica mínima, engranes de precisión	1.3	1.2	1.4	1.3	1.5	1.4	1.8	1.7
Montaje poco rígido, engranes de poca precisión, contacto a través de la cara completa	1.6	1.5	1.7	1.6	1.8	1.7	2.0	2.0
Montaje y precisión tales que se tiene mayor contacto que el correspondiente a cara completa	Mayor a 2.0							

FUENTE: AGMA.

Factor dinámico K_v.

El factor dinámico K_v depende de los errores en el espaciamiento y perfil del diente; del efecto de la velocidad de la línea de paso y revoluciones por minuto; inercia y rigidez de los elementos de rotación; carga transmitida por pulgada de cara; rigidez del diente.

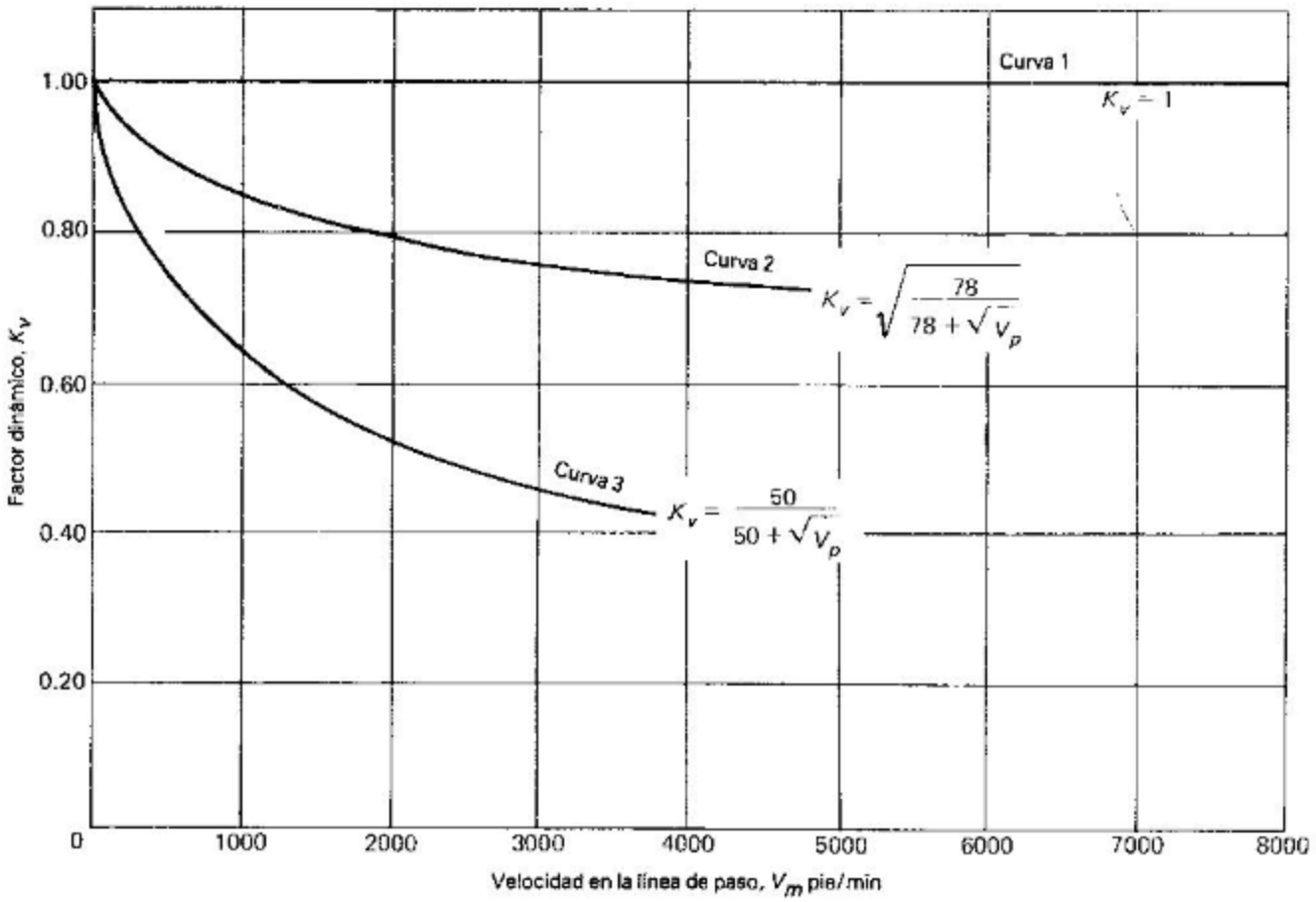


Fig. 3.2 Factor dinámico, K_v de la AGMA. Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

La curva 1 se utiliza para:

- Engranes helicoidales de alta precisión, y engranes rectos rectificados a la muela donde los efectos previamente mencionados no causen un desarrollo apreciable de la carga dinámica.
- Engranes cónico generados para un cierto modelo o patrón de contacto de dientes, espaciamiento exacto de dientes y concentricidad.

La curva 2 se utiliza para:

- Engranes helicoidales de alta precisión y engranes rectos rectificados a la muela donde los efectos previamente mencionados no causen un desarrollo apreciable de la carga dinámica.
- Engranes helicoidales comerciales.
- Engranes cónicos helicoidales grandes.

La curva 3 se utiliza para:

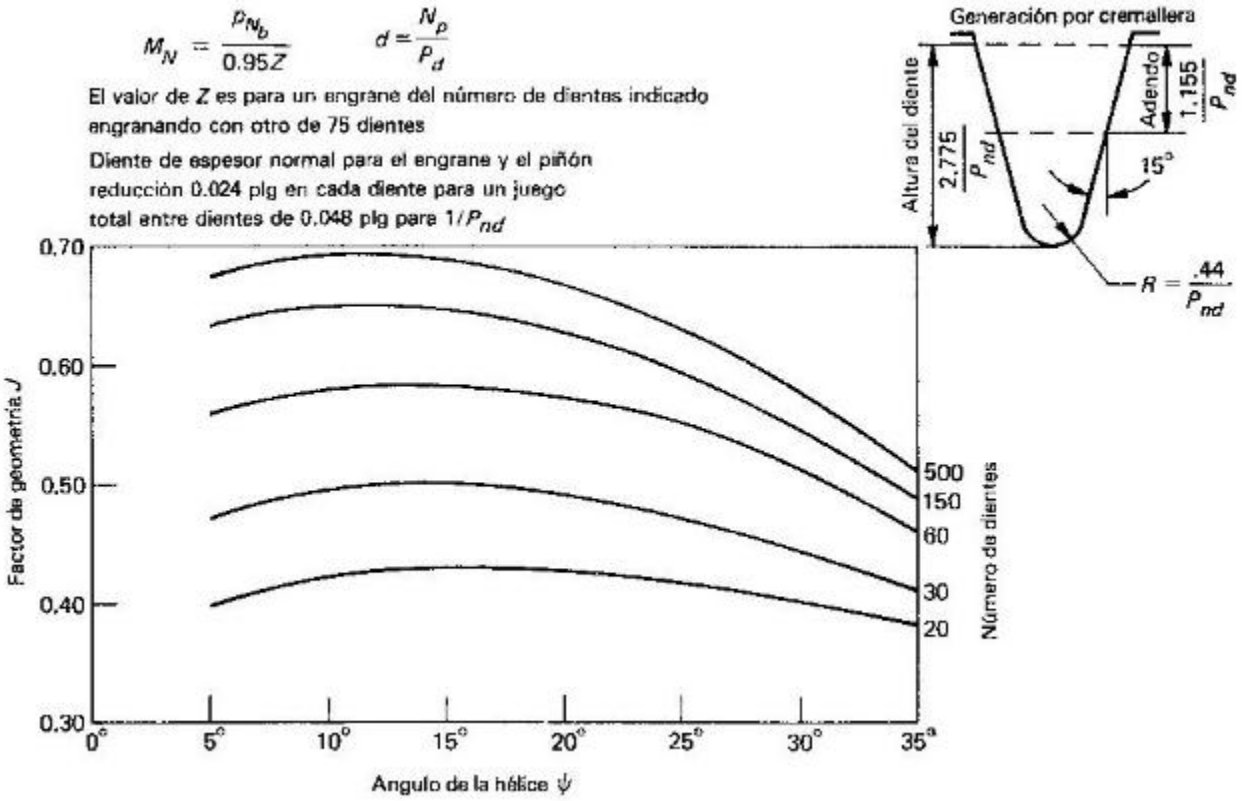
- Engranes rectos generados con cortador sinfín.
- Engranes cónicos rectos grandes.

Se usan factores dinámicos de menor valor a los indicados en la figura cuando se usa cortador de disco individual para corte de los dientes o para los dientes generados sin precisión.

Factor de geometría *J*

El factor de geometría *J* toma en cuenta el efecto de la forma del perfil del diente, la posición para lo cual la carga aplicada causa más daño, la concentración de esfuerzo y la distribución entre una o más parejas de dientes.

Fig. 3.3 Factores de Geometría de la AGMA, ángulo de presión normal 15° adendo indicado. Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.



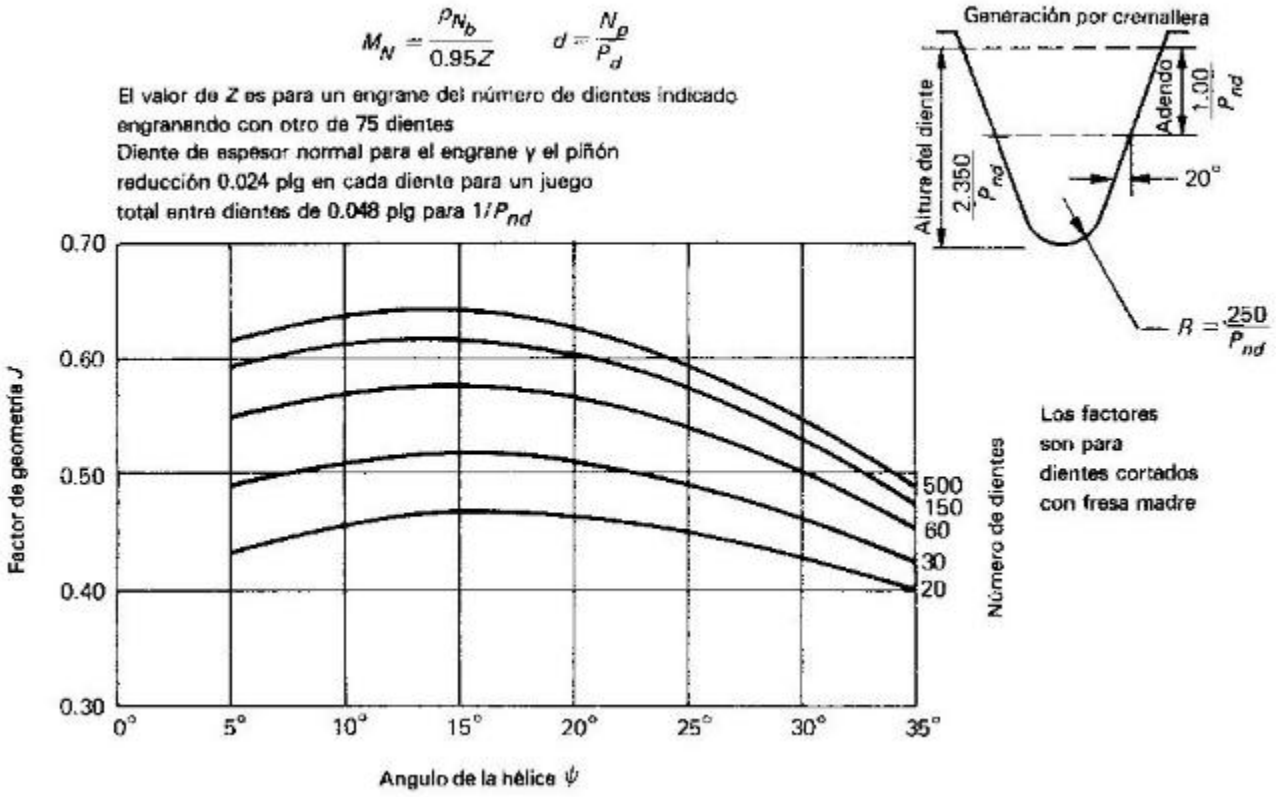


Fig. 3.4 Factores de Geometría de la AGMA, ángulo de presión normal 20° adendo estándar cortador fresa madre. Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

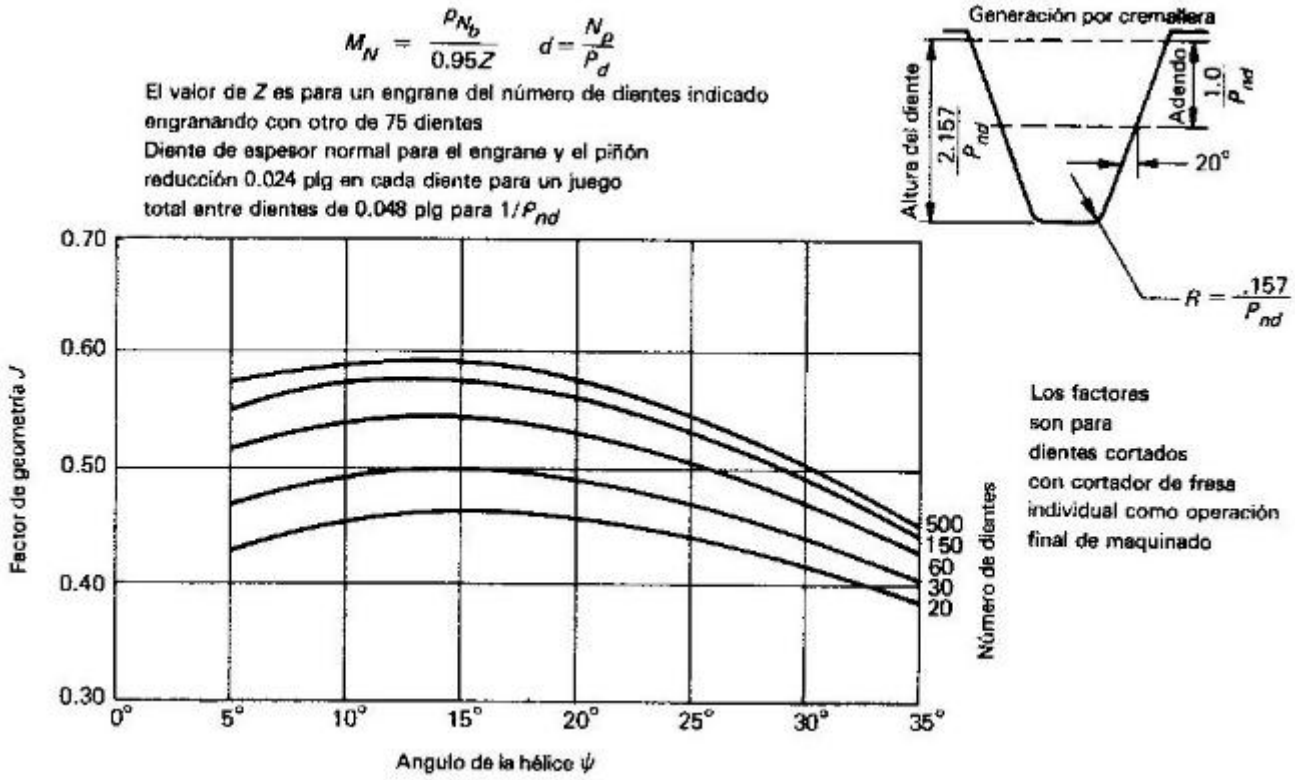


Fig. 3.5 Factores de Geometría de la AGMA, ángulo de presión normal 20° adendo estándar acabado con cortador de fresa individual. Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

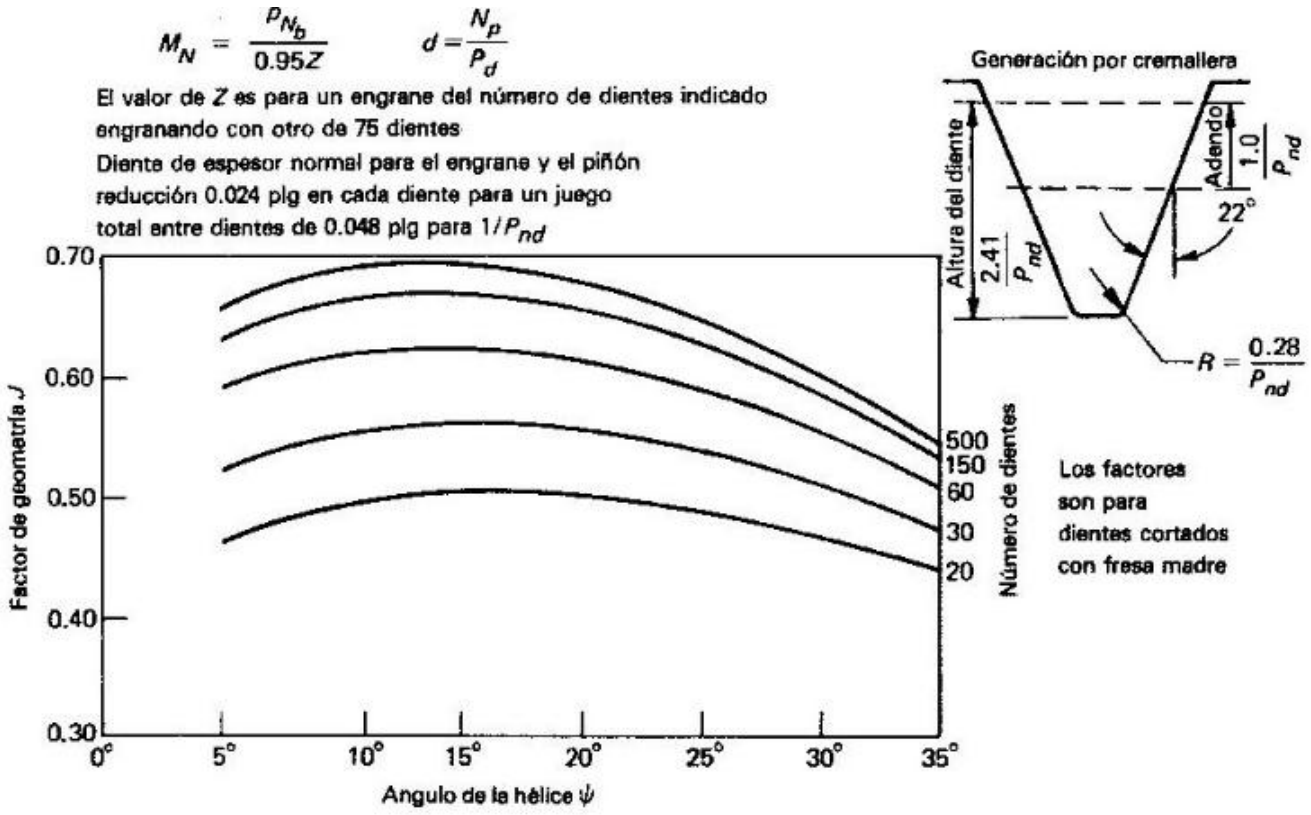


Fig. 3.6 Factores de Geometría de la AGMA, ángulo de presión normal 22°. Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

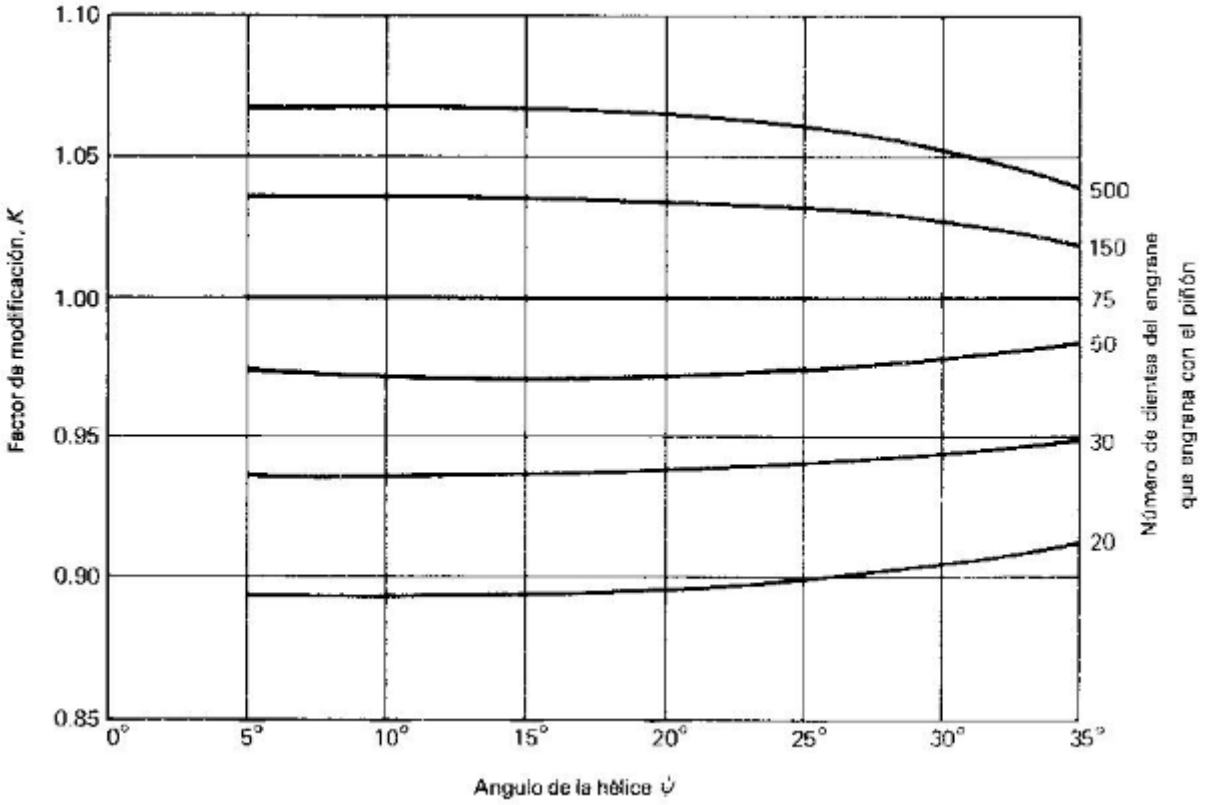


Fig. 3.7 Factor multiplicador *J* de la AGMA para ángulo de presión normal de 15°. El factor modificador se aplica al factor *J*, para el caso de que el engrane que engrana con el piñon tenga números diferentes de 75. Fte Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

La forma del diente depende de la geometría del sistema de diente. En otras palabras, factores tales como el ángulo de presión, numero de dientes ya sean de sistema corto o de profundidad completa.

La posición para la cual la carga aplicada causa mayor esfuerzo depende de la exactitud con que los engranes fueron cortados. Para dientes cortados con más precisión el esfuerzo máximo ocurrirá cuando la carga actúa a la altura máxima y solo se tenga un par de dientes en contacto. En otras palabras, cuando actúa en la parte superior del diente y otro par de dientes en contacto comparte la carga, en ese caso el esfuerzo máximo no ocurrirá para dicha posición. Para engranes cortados con menor precisión, los errores pueden evitarse cuando dos pares de dientes comparten la carga y probablemente el esfuerzo máximo se tendrá cuando la carga actué en la parte superior del diente.

El factor de geometría incluye el efecto de la concentración de esfuerzos determinado por las ecuaciones de Dolan-Broghamer, así como también las cargas tangencial (esfuerzo flexionante) y radial (esfuerzo de compresión).

Esfuerzo de diseño máximo admisible

Actualmente se tiene toda la información necesaria para calcular el esfuerzo real flexionante a partir de la formula de la AGMA. Lo que resta por hacer es comparar este esfuerzo con el esfuerzo de diseño máximo admisible. La ecuación de la AGMA para calcular el esfuerzo de diseño máximo admisible es:

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{S_{at} K_L}{K_T K_R}} \qquad (\mathbf{3.11})$$

$S_{ad} = Esfuerso\ de\ diseño\ maximo\ admisible, lb/plg^2.$

$S_{at} = Esfuerzo\ admisible\ según\ el\ material, lb/plg^2$

$K_L = Factor\ de\ vida.$

$K_T = Factor\ debido\ a\ temperatura.$

$K_R = Factor\ se\ seguridad\ (Factor\ de\ confiabilidad).$

El esfuerzo admisible para los materiales de los engranes estándar varia con factores tales como calidad, tratamiento térmico, material forjado o vaciado y con la composición del material. En la figura siguiente se proporcionan los valores admisibles del esfuerzo flexionante (S_{at}) recomendado por la AGMA. Nótese que Rc se refiere al número de dureza Rockwell para superficie carburizada. Como puede en la tabla algunos de los esfuerzos admisibles son dados entre una gama de valores.

El valor de todos deberá usarse para el diseño en general, mientras que los valores más altos se sugiere sean usados para materiales de mejor calidad, con tratamiento térmico que asegure su efectividad y para los que sea posible un buen control de calidad. La AGMA también sugiere que un valor igual al 70% del dado en la tabla sea usado para el diseño de engranes locos y para engranes que estén sujetos a cargas reciprocantes.

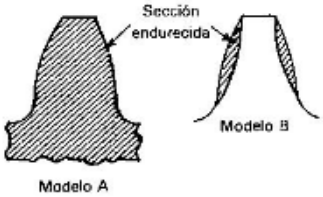
Tabla 3.5 Resistencia de dientes de engranes rectos, helicoidales y doble helicoidales y cónicos

Material	Tratamiento térmico	Dureza Mín. del material o resistencia de tensión Mín.	S_{at} lb/pig^2 Recto, Helicoidales, y doble helicoidales	S_{at} lb/pig^2 Cónicos
Acero	Normalizado	140 BHN	19–25 000	11 000
	Templado y revenido	180 BHN	25–33 000	14 000
	Templado y revenido	300 BHN	36–47 000	19 000
	Templado y revenido	450 BHN	44–59 000	25 000
	Carburizado superficial	55 R_c	55–65 000	27 500
	Carburizado superficial	60 R_c	60–70 000	30 000
	Inducción o flama Endurecido, dureza Modelo *A* nota 1 al pie de la página	54 R_c	45-55 000*	
	Modelo de dureza nota 1 al pie de la página	54 R_c En la superficie endurecida	22 000	13 500
	Nitrurado AISI 4140	53 R_c Sup.† 300 BHN núcleo	37-42 000*	20 000
Condición AGMA Grado 20		175 BHN	5 000	2 700
AGMA Grado 30		200 BHN	8 500	4 600
AGMA Grado 40			13 000	7 000
Hierro nodular ASTM Grado 60-40-18	Recocido		15 000	8 000
ASTM Grado 80-55-06			20 000	11 000
ASTM Grado 100-70-03	Normalizado		26 000	14 000
ASTM Grado 120-90-02	Templado y revenido		30 000	18 500
Bronce AGMA 2c (10-12% Estaño)		40 000 lb/plg^2	5 700	3 000
Aluminio bronce ASTM B-148-52 Alloy 9C-H.T.		90 000 lb/plg^2	23 600	12 000

Nota al pie de la página (1)

* Valores para dientes de paso diametral 6 y más finos.

†Para engranes pesados estas durezas serán menores, por tanto, debe usarse un esfuerzo admisible de menor valor.



FUFNTE: AGMA.

Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

Para engranes que estén sujetos momentáneamente a sobrecargas altas poco frecuentes, la AGMA sugiere usar las propiedades de cedencia admisible para obtener el esfuerzo de diseño máximo

admisible, en vez de basarse en la resistencia a la fatiga del material del engrane. La figura 3.8 puede ser utilizada para obtener el esfuerzo de cedencia admisible para aceros endurecidos.

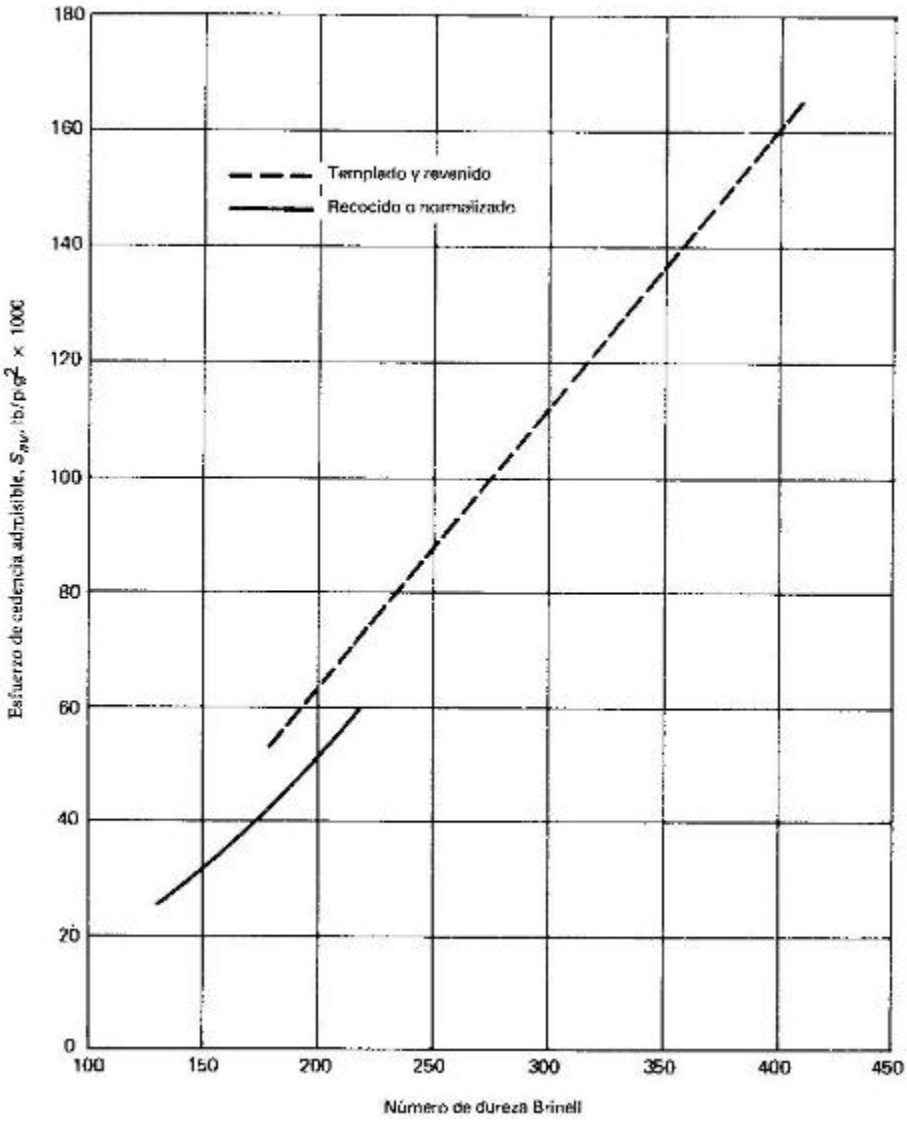


Fig. 3.8 Esfuerzo de cedencia admisible, S_{ay}, (AGMA). Fte Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

Factor de vida K_L.

El factor de vida K_L corrige el valor del esfuerzo admisible para el número requerido de ciclos del esfuerzo.

Tabla 3.6 Factor de Vida

Número de ciclos	Rectos, helicoidales, y doble helicoidal				Engranes cónicos
	160 BHN	250 BHN	450 BHN	Superficie carburizada*	Superficie carburizada†
Hasta 1 000	1.6	2.4	3.4	2.7	4.6
10 000	1.4	1.9	2.4	2.0	3.1
100 000	1.2	1.4	1.7	1.5	2.1
1 millón	1.1	1.1	1.2	1.1	1.4
10 millones	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
100 millones o más	1.0–0.8*	1.0–0.8*	1.0–0.8*	1.0–0.8*	1.0

* El factor de vida para ciclos mayores a 100 millones es algunas veces manejado por factor de servicio, factor de seguridad o por esfuerzos máximos reducidos. Como referencia véase Standar AGMA 151.02. Clasificación de usos para reductores de velocidad de engranes helicoidales, doble helicoidales y cónico helicoidales y Standar AGMA 411.02 para procedimiento de diseño para motores de aviación y de engranes de potencia rectos y helicoidales usados durante el despegue.

† Superficie carburizada 55 a 63 R_c

FUENTE: AGMA.

Factor de temperatura K_T.

El factor de temperatura K_T se utiliza para ajustar el valor el esfuerzo admisible tomando en consideración la temperatura del aceite de lubricación. El valor de K_T generalmente es 1 cuando la temperatura del aceite es menor a 250 °F.

Como una alternativa, el factor de corrección puede obtenerse usando la ecuación:

$$K_T = \frac{460 + T_F}{620} \qquad (3.12)$$

Donde T_F es la temperatura picop de operación del aceite en grados Fahrenheit. Esta ecuación se usa para engranes con superficie carburizada arriba de 160 °F.

Factor de confiabilidad K_R.

El factor de seguridad o confiabilidad forma parte de la ecuación a fin de asegurar alta confiabilidad, o en algunos casos para permitir diseñar con ciertos riesgos calculados. Algunos valores se muestran en la tabla siguiente y pueden ser utilizados para el caso de fatiga en el material. Debe señalarse que

aunque algunos de estos factores son menores a 1, normalmente, excepto en el diseño de elementos de maquinas, estos se usan para resistencia por fatiga del material, por tanto, una falla simplemente indicara que el engrane tendrá una vida menor que la mínima para la cual fue diseñado. En las tablas siguientes se muestran los factores de seguridad que se utilizan para engranes no carburizados. Estos factores se aplican solo al esfuerzo de cedencia del material, y a la carga máxima a la cual los engranes están sujetos.

Tabla 3.7 Factores de seguridad, K_R. (Resistencia a la fatiga)

Requisitos de la aplicación	K_R
Alta confiabilidad	1.50 o más
Menos de 1 falla en 100	1.00
Menos de 1 falla en 3	0.70

FUENTE: AGMA.

Tabla 3.8 Factores de seguridad, K_R. (Resistencia a la cedencia)

Requisitos de la aplicación	K_R
Alta confiabilidad	3.00 o más
Diseño normal	1.33

FUENTE: AGMA.

En el método de la AGMA para diseños de engranes helicoidales el esfuerzo σ_t deberá ser siempre menor o igual al esfuerzo de diseño máximo admisible S_{ad}.

$$\boldsymbol{\sigma_t \leq S_{ad}}$$

3.3 Durabilidad de la superficie de engranes Helicoidales.

En los apartados anteriores se describió la primera de las causas que provocan la falla en el diente, ruptura basada en la resistencia del diente del engrane, ahora se considerara en detalle la segunda causa, destrucción de la superficie. A los siguientes tipos de destrucción de la superficie se les considera bajo el nombre general de desgaste.

- Desgaste abrasivo: Es una falla debida a la presencia de materia extraña en el lubricante, la cual puede causar daño en la superficie del diente.
- Desgaste corrosivo: Es una falla debida a una reacción química sobre la superficie del diente.
- Picadura: Es una falla de fatiga debida a la aplicación repetida de ciclos de esfuerzo.
- Rayado: Es una falla debida al contacto del metal con metal atribuida a falla en el lubricante.

La abrasión, desgaste y rayado son fallas debidas a lubricación inadecuada y a cerramiento en el engrane. Por otra parte, la picadura es principalmente una falla provocada por fatiga contra la cual el diseñador puede protegerse al determinar la llamada carga admisible al desgaste. Las pruebas han demostrado que por lo general la picadura ocurre en aquellas partes del diente del engrane que tienen un movimiento de deslizamiento relativamente pequeño comparado con el movimiento de rodamiento.

Al diseñar un engrane, el material deberá escogerse tal que tenga un esfuerzo de ruptura por carga reciprocantes suficientemente grande para que resista las cargas dinámicas repetidas a que están sujetos los dientes del engrane.

Para determinar la carga admisible al desgaste para engranes helicoidales pueden usarse dos alternativas que serán descritas a continuación, la primera de ellas es la ecuación de Buckingham para la carga al desgaste y la ecuación de la AGMA.

3.3.1 Ecuación de Buckingham para la carga de desgaste en engranes helicoidales.

La carga admisible al desgaste para engranes helicoidales es obtenida por la relación siguiente, esta relación es llamada ecuación de Buckingham y se expresa como.

$$W_w = \frac{D_p F Q K}{\cos^2 \psi} \quad (3.13)$$

Donde:

$W_w = Carga\ admisible\ al\ desgaste, lbs.$

$D_p = diametro\ de\ paso\ del\ piñón, plg.$

$F = ancho\ del\ engrane, plg$

El valor del factor de carga al desgaste *K* esta dado por la relación:

$$\boldsymbol{K = \frac{S_e^2 sen\ \phi_n}{1.4}\left(\frac{1}{E_p} + \frac{1}{E_g}\right)} \qquad (\mathbf{3.14})$$

Donde:

- S_e, Es el esfuerzo de ruptura cíclica o repetida y esta dado en función del la dureza Brinnel del material como:

$$S_e = 400(BHN) - 10000 lb/plg^2 \qquad (3.15)$$

- E_p y E_g, son los módulos de elasticidad del piñon y engrane, respectivamente.

El valor del factor Q esta dado por la relación:

$$\boldsymbol{Q = \frac{2D_g}{D_p + D_g} = \frac{2N_g}{N_p + N_g}} \qquad (\mathbf{3.16})$$

Como se puede observar esta relación está en función del paso diametral o en función del número de dientes del piñon y engrane respectivamente.

Los valores de S_e y K se enlistan en la tabla siguiente y se pueden utilizar para varias combinaciones de materiales para piñon y engrane y para diferentes ángulos de presión. En el caso de los engranes helicoidales se utiliza el ángulo de presión normal.

Tabla 3.9 Factor de carga al desgaste, K y esfuerzo de ruptura cíclica.

Materiales del piñón y engrane	Esfuerzo límite de fatiga en la superficie S_e, lb/plg^2	K		
		$\phi = 14\frac{1}{2}$ grados	$\phi = 20$ grados	$\phi = 25$ grados
Ambos engranes de acero con número de dureza Brinell promedio para engrane y piñón				
150	50 000	30	41	51
175	60 000	43	58	72
200	70 000	58	79	98
225	80 000	76	103	127
250	90 000	96	131	162
275	100 000	119	162	200
300	110 000	144	196	242
325	120 000	171	233	288
350	130 000	196	270	333
375	140 000	233	318	384
400	150 000	268	366	453
Acero (BHN 150) y hierro vaciado	50 000	44	60	74
Acero (BHN 200) y hierro vaciado	70 000	87	119	147
Acero (BHN 250) y hierro vaciado	90 000	144	196	242
Acero (BHN 150) y bronce fosforado	59 000	46	62	77
Acero (BHN 200) y bronce fosforado	65 000	73	100	123
Acero (BHN 250) y bronce fosforado	85 000	135	184	228
Hierro vaciado y hierro vaciado	90 000	193	264	327
Hierro vaciado y bronce fosforado	83 000	170	234	288

3.3.2 Ecuación de desgaste de la AGMA para engranes helicoidales.

El otro método alterno para determinar la carga al desgaste para engranes helicoidales es la ecuación de la AGMA que está dada por:

$$\sigma_c = C_p \sqrt{\frac{W_t C_o}{C_V} \frac{C_s}{Db} \frac{C_m C_f}{I}} \qquad (3.17)$$

Donde:

$\sigma_c = número\ del\ esfuerzo\ de\ contacto\ calculado.$

$C_p = Coeficiente\ que\ depende\ de\ las\ propiedades\ elasticas\ de\ los\ materiales.$

$W_t = Carga\ tangencial\ transmitida, lb.$

$C_o = Factor\ de\ sobrecarga.$

$C_V = Factor\ dinámico.$

$D = Diámetro\ de\ paso\ del\ piñón\ en\ operación, plg.$

$b = Ancho\ neto\ de\ la\ cara\ del\ más\ angosto\ de\ los\ dos\ engranes\ engranados.$

$C_s = Factor\ de\ tamaño.$

$C_m = Factor\ de\ distribución\ de\ la\ carga$

$C_f = Factor\ de\ condición\ de\ la\ superficie.$

$I = Factor\ geométrico.$

Coeficiente elástico C_p.

El coeficiente elástico, como su nombre lo indica es determinado por las propiedades elásticas de los materiales del piñon y engrane. Este puede obtenerse de la ecuación:

$$C_p = \sqrt{\frac{k}{\pi\left[\frac{(1-\mu_p^2)}{E_p} + \frac{(1-\mu_g^2)}{E_g}\right]}} \qquad (3.18)$$

Donde, μ_p y μ_p son la relación de Poisson para el piñon y engrane, respectivamente, y E_p y E_g son los módulos de elasticidad para piñon y engrane respectivamente; k=1(para la mayor parte de los engranes rectos, helicoidales y doble helicoidales), y k= 2/3 para casi todos los engranes cónicos.

Tabla 3.10 Coeficiente elástico C_p, AGMA.

Contacto no localizado

Material de piñón y módulo de elasticidad, E		Material del engrane y módulo de elasticidad			
		Acero	Hierro vaciado	Aluminio y bronce	Estaño bronce
		30×10^6	19×10^6	17.5×10^6	16×10^6
Acero	30×10^6	2300	2000	1950	1900
Hierro vaciado	19×10^6	2000	1800	1800	1750
Aluminio	17.5×10^6	1950	1800	1750	1700
Estaño bronce	16×10^6	1900	1750	1700	1650

FUENTE: AGMA.
Relación de Poisson = 0.30
Nota: Pueden usarse valores más exactos de E cuando éstos se obtengan a partir del contacto entre rodillos.

La tabla 3.10 muestra algunos valores de C_p para engranes rectos, helicoidales y doble helicoidales.

Factor de sobrecarga C_o.

El factor C_o se aplica para ajustar las sobrecargas de vida a las características de operación, tanto para los equipos motrices como para los impulsados, así como también la sobrecarga momentánea debida a las condiciones momentáneas de operación tal como la del arranque. El diseñador deberá determinar los valores de C_o de acuerdo a la experiencia adquirida en el campo particular de operación. Si no se tiene a su disposición información específica se pueden usar los valores de la tabla utilizados para el factor de sobrecarga Ko de la sección anterior.

Factor dinámico C_V.

El factor dinámico es función de la interacción de los dientes engranados. Las magnitudes usadas para el factor dinámico dependerán de los factores tales como la exactitud del espaciamiento del diente, el error del perfil, la velocidad en la línea de paso, la velocidad angular, de la inercia y la rigidez de las masas rotatorias, de la carga transmitida, de la viscosidad del lubricante y de la rigidez del diente. Si las cargas dinámicas pueden determinarse, ya sean calculadas o medidas estas podrán usarse en lugar de la carga transmitida, entonces no será necesario conocer el factor dinámico.

Las curvas de la figura 3.9 muestran valores razonables del factor dinámico. La AGMA recomienda que la curva adecuada a usar de las cuatro mostradas en la figura sea determinada de acuerdo a las condiciones siguientes:

La curva 1 es usada para:

- Engranes rectos tallados o rectificados a la muela para el caso de que se tenga una carga dinámica relativamente pequeña.
- Engranes helicoidales de alta precisión también con carga dinámica relativamente pequeña.
- Engranes cónicos generados con exactitud.

La curva 2 es usada para:

- Engranes rectos tallados o rectificados a la muela para el caso de tenerse carga dinámica ligera.
- Engranes helicoidales de alta precisión también con carga dinámica ligera.
- Engranes cónicos helicoidales con carga dinámica ligera.

La curva 3 se usa para:

- Engranes helicoidales comerciales.
- Engranes helicoidales de alta precisión con carga dinámica moderada.

La curva 4 se usa para:

- Engranes rectos tallados o rectificados a la muela cuando se espera tener una carga diamica moderada.
- Para engranes rectos comerciales.

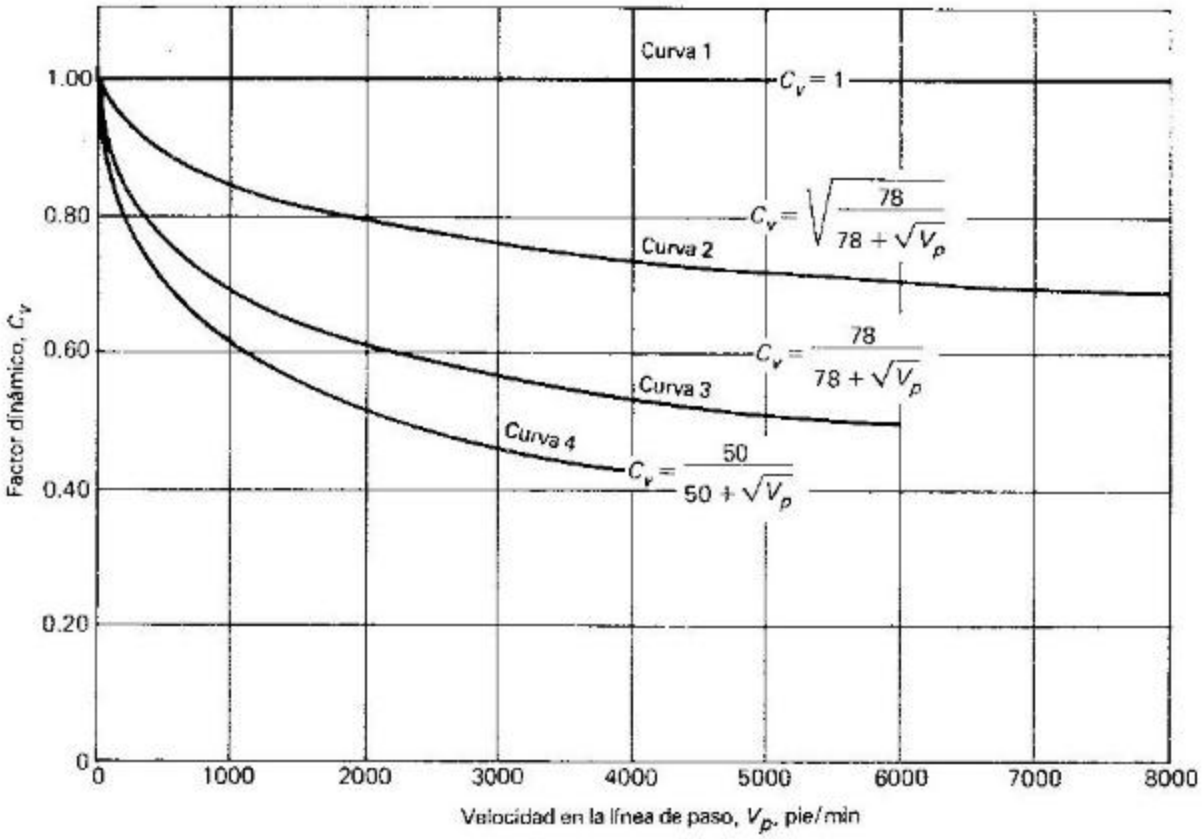


Fig. 3.9 Factor dinámico C_v. AGMA. Fte. Diseño de Maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

Factor de tamaño C_s.

Toma en cuenta el efecto del tamaño del engrane, el tamaño del diente del engrane, el modelo del área de contacto entre dientes, la dureza y eficiencia del tratamiento térmico. Si los engranes están proporcionados adecuadamente con el tipo de acero adecuado y con tratamiento térmico efectivo, el factor de tamaño de toma igual a la unidad. Sin embargo debido a que las pruebas de fatiga indican que los esfuerzos admisibles para una vida de fatiga dada disminuye a medida que aumenta el tamaño del engrane, es necesario que el diseñador use un valor de C_s de no mayor a 1.25.

La AGMA sugiere que la profundidad efectiva del endurecimiento sea usada para determinar si debe emplearse un factor mayor a la unidad. En la figura se muestra el trazo de la profundidad del endurecimiento, en la línea de paso contra el paso diametral normal. Si la profundidad efectiva del endurecimiento está de acuerdo con el valor obtenido de la figura 3.10 deberá usarse un valor igual a

la unidad para C_s. Si la profundidad no está de acuerdo con el valor obtenido de la figura 3.10, deberá usarse un valor mayor a la unidad.

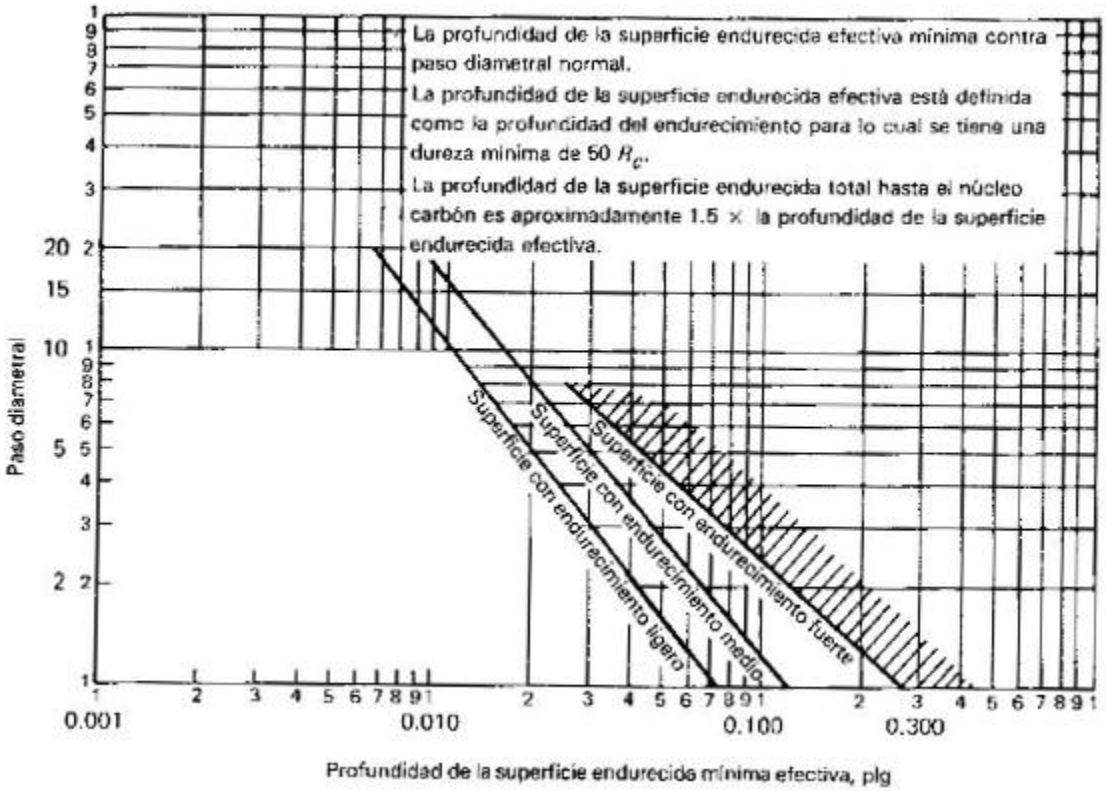


Fig. 3.10 Profundidad de la superficie endurecida mínima efectiva en la línea de paso para engranes rectos, helicoidales y doble helicoidales. Los valores y límites mostrados en las curvas de profundidad de superficie endurecida deben usarse como una guía. Para sistemas de engranes en los cuales se requiere rendimiento máximo, deberán hacerse estudios detallados de la aplicación del sistema de cargas, y de los procedimientos de fabricación para obtener los gradientes deseados tanto de dureza como de esfuerzo interno. Además el método para hacer la medición en la superficie endurecida así también como la tolerancia en la profundidad de la superficie endurecida deberá efectuarse en común acuerdo entre cliente y fabricante. AGMA. Fte. . Diseño de Maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

Factor de distribución de la carga C_m.

Este factor toma en cuenta la no uniformidad de la distribución de la carga sobre el diente del engrane. La AGMA lista los siguientes factores de los que depende la magnitud de C_m: errores en el cortado; error en el montaje en el eje de rotación debido a la tolerancia en el agujero; juego interno en los baleros, paralelismo entre las flecas que soportan a cada engrane (incluye voladizos); diente pieza a formar el engrane, flecha y rigidez del alojamiento; balero y flexión de Hertz; y expansión térmica y distorsión debido a las temperaturas de operación.

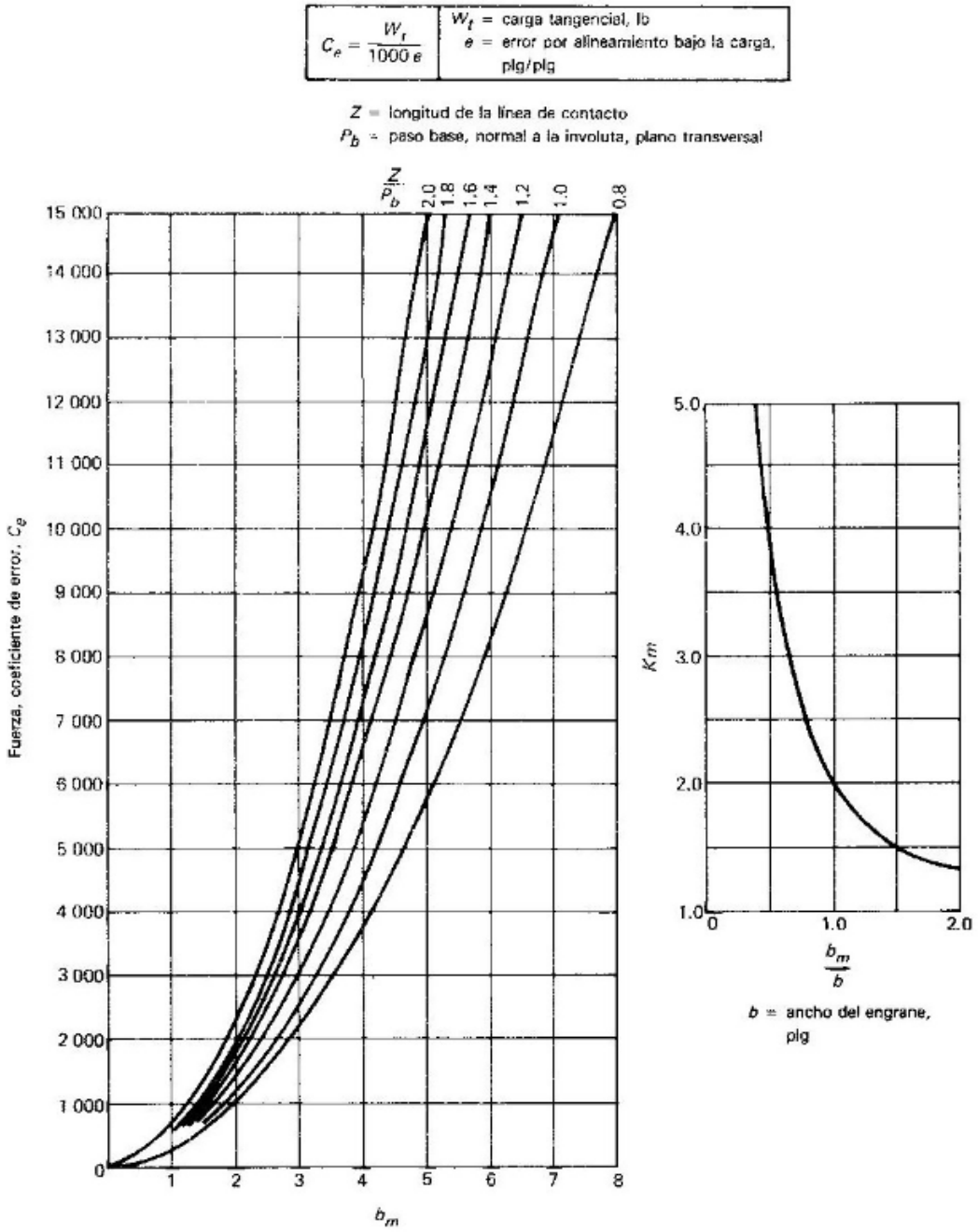


Fig. 3.11 Factor de distribución de carga, C_m para engranes helicoidales. AGMA. Fte. Diseño de Maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

En la figura 3.11, b_m representa el ancho de la cara del engrane con 100% de contacto para una carga tangencial conocida y un error de lineamiento.

La tabla 3.11 siguiente da valores razonables de C_m para diferentes anchos de engranes y la figura 3.12 muestra los valores de C_m que pueden usarse para engranes rectos y helicoidales de calidad

semejante hasta aquellos utilizados en unidades de engranes comerciales. Cuando la relación *b/D* es mayor a 2, se sugiere que se haga un análisis más detallado.

Tabla 3.11 Factor de distribución de la carga, C_m para engranes rectos helicoidales y doble helicoidales. AGMA

Relación de $\frac{a}{d}$	Contacto	C_m
1.0 o menos	95% de contacto del ancho de la cara obtenido con un tercio del par 96% de contacto del ancho de la cara obtenido con el par total	1.4 para $\frac{1}{3}$ par 1.1 para par total
	75% de contacto del ancho de la cara obtenido con un tercio del par 95% de contacto del ancho de la cara obtenido con el par total	1.8 para $\frac{1}{3}$ par 1.3 para par total
	35% de contacto del ancho de la cara obtenido con un tercio del par 95% de contacto del ancho de la cara obtenido con el par total	2.5 para $\frac{1}{3}$ par 1.9 para par total
	20% de contacto del ancho de la cara obtenido con un tercio del par 75% de contacto del ancho de la cara obtenido con el par total	4.0 para $\frac{1}{3}$ par 2.5 para par total
	Los dientes están cruzados 35% de contacto del ancho de la cara obtenido con un tercio del par 85% de contacto del ancho de la cara obtenido con el par total	2.5 para $\frac{1}{3}$ par 1.7 para par total
Mayor a 1 pero menor que 2	El par de torsión y flexión combinado calculado para el piñón no debe ser mayor a 0.001" en toda la cara Dureza del piñón no mayor a 250 BHN 75% de contacto obtenido con un tercio del par 95% de contacto obtenido con el par total	2.0 para $\frac{1}{3}$ par 1.4 para par total
	El par de torsión y flexión combinado calculado para el piñón no debe ser mayor a 0.0007" en toda la cara Dureza del piñón no mayor a 350 BHN 75% de contacto obtenido con un tercio del par 95% de contacto obtenido con el par total	2.0 para $\frac{1}{3}$ par 1.4 para par total
	30% de contacto obtenido con un tercio del par 75% de contacto obtenido con el par total	4.0 para $\frac{1}{3}$ par 3.0 para par total
	Torsión y flexión mayor a 0.001" en toda la cara	Calcular los efectos de la deflexión y ajustar el ángulo de la hélice para compensar por deflexión o aumentar C_m para admitir tanto errores de alineamiento como deflexión

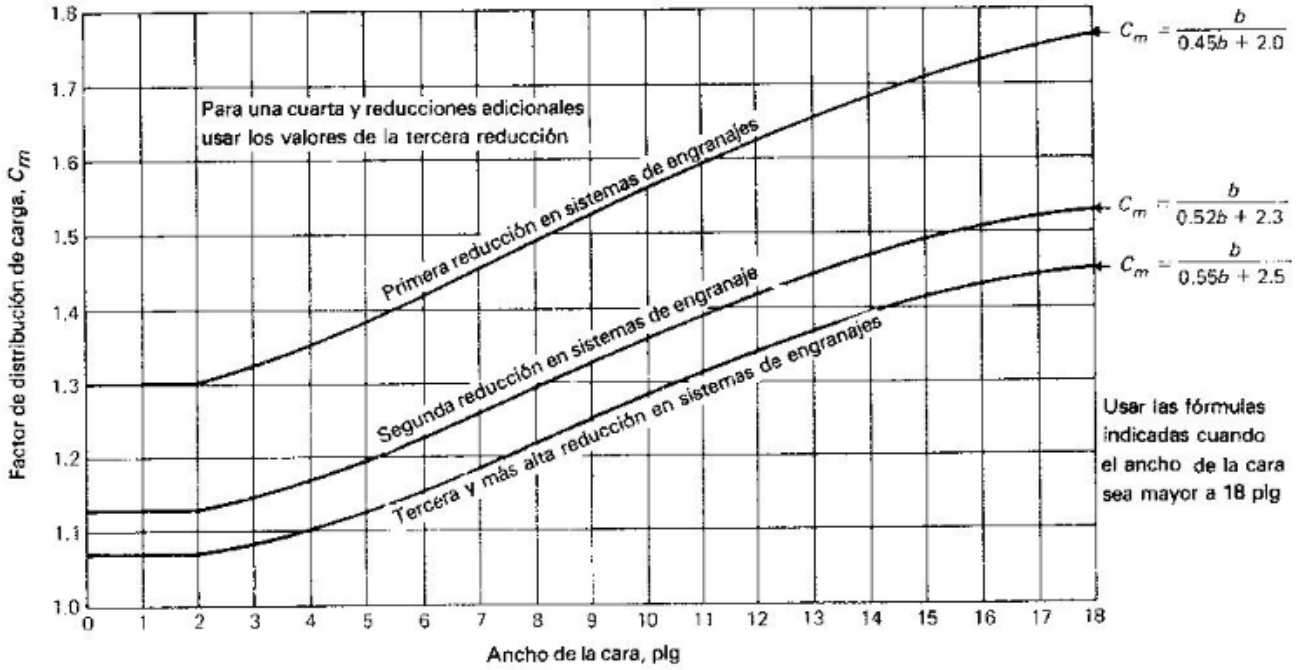


Fig.3.12 Factores de distribución de carga, C_m Para engranes rectos, helicoidales y doble helicoidales. AGMA. Fte. Diseño de Maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

Debido a que en el proceso de endurecimiento de un engrane da como resultado una distorsión se sugiere que para los engranes que hayan sido endurecidos sin habérseles dado una operación de acabado (ejemplo, esmerilado), el factor C_m obtenido de la figura 3.12 deberá ser multiplicado por 1.05 si uno de los engranes es endurecido y por 1.10 si ambos engranes han sido endurecidos después de cortados.

Factor de condición de la superficie C_f.

Toma en cuenta consideraciones tales como acabado de la superficie, esfuerzos residuales y efectos de elasticidad. Por lo general el valor de este factor es igual a la unidad cuando las superficies tienes un buen acabado, ya sea por una operación de acabado o por algún proceso de fabricación. Cuando existen acabados burdos o cuando existe la posibilidad de esfuerzos residuales de valor elevado, un valor razonable es de 1.25. Si se tienen acabados burdos y además existen esfuerzos residuales se sugiere un valor de 1.5.

Factor de geometría I.

El factor de geometría es función de uno de los siguientes factores: ángulo de presión, relación de velocidades, relación de carga compartida, longitud de la línea de contacto, paso base, longitud de acción.

El factor de geometría I para engranes helicoidales esta dado por la AGMA como:

$$I = \frac{C_c}{M_N} \qquad (3.19)$$

Donde C_c = factor de curvatura en la línea de paso, y M_N= relación de carga compartida.

$$C_c = \frac{\cos\phi_t \; sen\,\phi_t}{2}\left[\frac{M_g}{M_g + 1}\right] \qquad (3.20)$$

Donde, ϕ_t es el ángulo de presión transversal y M_g relación del engrane (es el inverso de la relación de velocidad).

La relación de carga compartida está dada como:

$$M_N = \frac{p_{nb}}{0.95\,Z} \qquad (3.21)$$

Donde p_{nb} es el paso base normal en pulgadas y Z es la longitud de contacto en el plano transversal en plg. El valor de Z se puede calcular con la ecuación de la longitud de contacto expresada en el apartado donde se especifica junto con la relación de contacto, donde el adendo es igual a $1/P_{nd}$, y $p_{nb} = p_n \cos\phi_n$.

Esfuerzo por contacto admisible.

La AGMA especifica que el valor del número del esfuerzo calculado deberá ser menor o igual al esfuerzo por contacto admisible, el cual ha sido modificado por diferentes factores de corrección. En forma de ecuación la relación que debe satisfacerse es la siguiente:

$$\boldsymbol{\sigma_c \leq S_{ac}\left(\frac{C_L C_H}{C_T C_R}\right)} \qquad (\mathbf{3.22})$$

Donde:

$S_{ac} = Número\ del\ esfuerzo\ por\ contacto\ admisible.$

$C_L = Factor\ de\ vida.$

$C_H = Factor\ de\ la\ relación\ de\ dureza.$

$C_T = Factor\ por\ temperatura.$

$C_R = Factor\ de\ seguridad$

Tanto el engrane como el piñon deben verificarse por la diferencia que se tenga en las propiedades de los materiales y por el numero de ciclos de contacto en el diente bajo la acción de la carga.

El numero del esfuerzo S_{ac} es función de factores tales como material del piñon y del engrane, del numero de ciclos de aplicación de la carga, del tamaño de los engranes, de la temperatura, del tipo de tratamiento térmico o del trabajo de endurecimiento a lo cual los engranes han estado sujetos y a la presencia de esfuerzos residuales.

La AGMA ha publicado muchos estándares que dan los valores del número del esfuerzo de contacto. Si el caso particular en que el diseñador está trabajando no cae dentro de las características mencionadas puede usar la tabla siguiente.

Tabla 3.13 Esfuerzo de contacto admisible S_{ac}.

Material	Dureza mín en la superficie	S_{ac}
Acero	Dureza	
	180 Bhn	85–95 000
	240 Bhn	105–115 000
	300 Bhn	120–135 000
	360 Bhn	145–160 000
	440 Bhn	170–190 000
	Superficie endurecida carbonizada	
	55 R_c	180–200 000
	60 R_c	200–225 000
	Endurecimiento por flama o por inducción	
	50 R_c	170–190 000

Material	Dureza mín en la superficie	S_{ac}
Hierro vaciado		
AGMA grado 20	—	50–60 000
AGMA grado 30	175 Bhn	65–75 000
AGMA grado 40	200 Bhn	75–85 000
Hierro nodular		90-100% del S_{ac} del acero con la misma dureza
Recocido	165 Bhn	
Normalizado	210 Bhn	
Templado y revenido	255 Bhn	
Bronce	Resistencia a la tensión (mín) lb/plg^2	S_{ac}
Estaño bronce AGMA 2C (10-12% estaño	40 000	30 000
Aluminio bronce ASTM B 148–52 (Alloy 9C–H.T.)	90 000	65 000

FUENTE: AGMA.

Los valores del límite superior deberán usarse para cuando se tenga material de alta calidad, por esta razón es de esperarse una respuesta máxima al tratamiento térmico. Los valores en el límite inferior podrán usarse para propósitos de diseño general.

Factor de vida C_L.

Toma en cuenta la vida que se espera tenga el engrane, en otras palabras, el menor número de ciclos de carga durante el tiempo que dure el engrane, el mayor numero de esfuerzos de contacto permitidos.

Como se observa en la figura siguiente, el factor es igual a la unidad para una vida de 10×10^6 o mas ciclos, pero si se requiere una vida de 10000 ciclos, el factor es de 1.5.

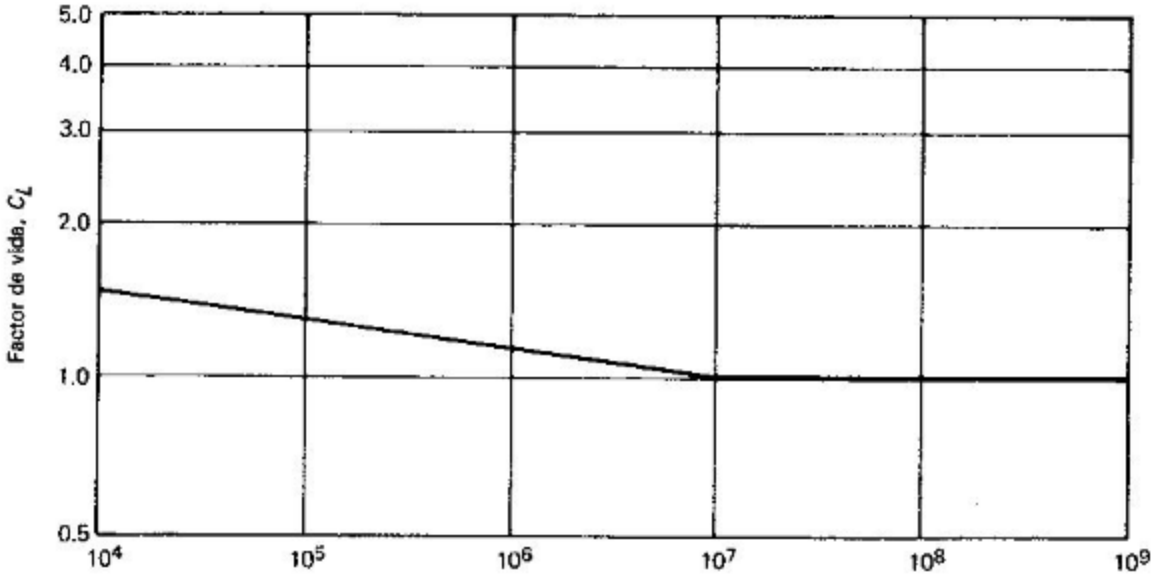


Fig. 3.13 Factor de Vida. AGMA. Fte. Diseño de Maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson, 2da ed.

Factor de relación de dureza C_H.

Depende de la dureza del material de los dos engranes engranados así como de la relación de velocidades de los engranes. En la tabla se muestran algunas combinaciones típicas de dureza para engrane y piñon que pueden ser utilizadas en algunas aplicaciones.

Tabla 3.14 Combinaciones típicas de durezas para piñon y engrane

BHN engrane	BHN piñón
180	210
210	245
225	265
245	285
255	300
270	315
285	335
300	350

FUENTE: AGMA.

Esta grafica muestra valores razonables de C_H obtenidos de fuentes AGMA.

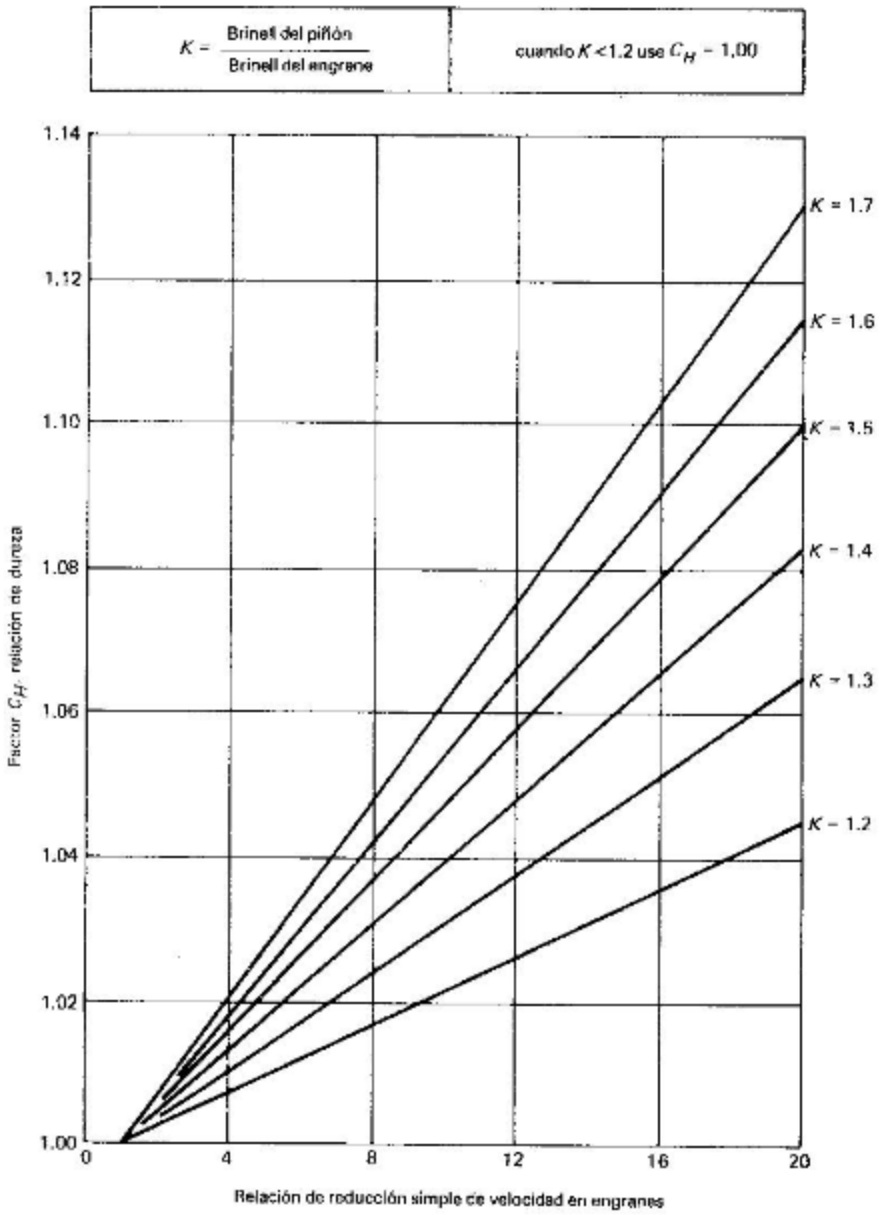


Fig. 3.14 Factor C_H, relación de dureza. AGMA. Fte. Diseño de maquinas, teoría y práctica, Deutschman, Michels y Wilson

Factor de temperatura C_T.

El valor de C_T es igual a la unidad cuando el lubricante o la temperatura del engrane no excedan a 250°F. Se tendrán valores menores a la unidad para el caso de engranes carburizados trabajando con lubricantes cuya temperatura sea mayor a 180°F. Hasta en tanto no se tengan datos disponibles, se sugiere que la ecuación empírica para el factor de resistencia por temperatura, K_T, sea usada cuando

los valores de C_T, sean mayores a la unidad. En otras palabras para este caso podrá usarse la ecuación.

$$C_T = \frac{460 + T_F}{620} \qquad (3.23)$$

Donde T_F= temperatura pico de operación en °F.

Factor de seguridad C_R.

Este factor permite diseñar para un riesgo calculado o diseñar para seguridad alta, lo cual indica alta confiabilidad.

Tabla 3.15 Factor de seguridad, C_R.

Requisitos de aplicación	C_R
Alta confiabilidad	1.25 o mayor
Menos de una falla en 100	1.00
Menos de una falla en tres	0.80*

FUENTE: AGMA.
* Con este valor puede tenerse deformación plástica en el perfil antes de que ocurran picaduras.

Los valores sugeridos son pequeños porque estos se aplican a la resistencia por fatiga del material, en lugar de la resistencia a tensión, y si la falla llegara a ocurrir no sería una falla repentina debida a una falla aplicada, sino que ocurriría a la vida mínima esperada.

Para resumir acerca de la resistencia de engranes al desgaste, un engrane se considerara seguro si se satisface la ecuación.

$$\boldsymbol{\sigma_c \leq S_{ac}\left(\frac{C_L C_H}{C_T C_R}\right)} \qquad \boldsymbol{(3.24)}$$

3.4 Potencia admisible.

La potencia admisible en hp, que un juego de engranes puede transmitir, basado en la durabilidad de la superficie de los engranes puede obtenerse mediante la ecuación:

$$\boldsymbol{P_{ac} = \frac{n_p b}{126000} \frac{IC_v}{C_s C_m C_f C_o} \left(\frac{S_{ac} D}{C_p} \frac{C_L C_H}{C_T C_R} \right)} \qquad (\mathbf{3.25})$$

Donde:

$P_{ac} = Potencia\ admisible\ en\ hp.$

$n_p = Velocidad\ del\ piñon\ en\ rpm.$

$b = \ Ancho\ neto\ de\ la\ cara\ del\ más\ angosto\ de\ los\ dos\ engranes\ engranados.$

3.5 Ejemplos de diseño de engranes helicoidales basados en resistencia a la flexión y desgaste.

Los ejemplos siguientes tienen la finalidad de mostrar el diseño básico de pares de engranes helicoidales acoplados, que representan situaciones asemejados a la realidad, el diseño de cada pareja de engranes está basado en la resistencia a la flexión y resistencia al desgaste de engranes helicoidales. Cabe mencionar que solo se resolvieron por el método de la AGMA descrito en apartados anteriores.

Ejemplo de diseño 1.

Diseñe un par de engranes helicoidales para transmitir 5 Hp mientras el piñon gira a 1200 rpm. El engrane mueve a un compresor alterno y debe girar entre 385 y 390 rpm.

1.- Primero se elegirá el sistema de dientes con el cual se pretenderá trabajar y se asignara un número de dientes para el piñon, para este caso se eligió lo siguiente:

Angulo de presión normal $\emptyset_{\boldsymbol{n}} = 20°$**.**

Paso diametral normal $P_{nd} = 12$.

Angulo de hélice $\psi = 30°$.

Numero de dientes del piñon $N_p = 20\ dts$.

2.- Calculo de pasos y ángulos de presión principales existentes en los engranes helicoidales.

Paso diametral transversal**.**

$$P_d = P_{nd} \cos\psi$$

$$P_d = 12 \cos 30 = 10.3923\ dts/plg.$$

Paso axial.

$$p_x = \frac{\pi}{P_d tan\ \psi}$$

$$p_x = \frac{\pi}{103923\ tan\ 30°} = 0.5235\ plg.$$

Paso circular

$$p = p_x \tan\psi$$

$$p = 0.5235 \tan 30° = 0.3022\ plg.$$

Angulo de presión transversal.

$$\emptyset_{\boldsymbol{t}} = tan^{-1}\left(\frac{\tan \emptyset_{\boldsymbol{n}}}{\cos \psi}\right)$$

$$\emptyset_{\boldsymbol{t}} = tan^{-1}\left(\frac{\tan 20°}{\cos 30°}\right) = 22.79°$$

3.- Diámetro de paso del piñon y ancho del diente.

$$D_p = \frac{N_p}{P_d}$$

$$D_p = \frac{20\ dts}{10.3923\ dts/plg} = 1.9245\ plg$$

Flanco del diente, (por recomendación el ancho del diente debe ser por lo menos el doble del paso axial).

$$F = 2p_x = 2 * 0.5235 = 1.047\ plg.$$

Se usara un valor de 1.25 plg, ya que es más conveniente.

$$F = 1.25\ plg$$

4.- Calculo de la velocidad de la línea de paso.

$$V_p = \frac{\pi Dn}{12}$$

$$V_p = \frac{\pi * 1.9245 * 1200}{12} = 604.6\ pies/min$$

5.- Calculo de las cargas tangencial W_t, radial W_r y axial W_x.

$$W_t = \frac{(hp)(33000)}{V_p}$$

$$W_t = \frac{5 * 33000}{604.4} = 272.908\ lb$$

$$W_r = W_t tan\emptyset_t$$

$$W_r = W_t tan\emptyset_t$$

$$W_r = 272.908 \tan 22.79° = 114.694\ lb$$

$$W_x = W_t \tan \psi$$

$$W_x = 272.908 \tan 30° = 157.564\ lb$$

6.-Relación de velocidad.

$$\boldsymbol{r_v} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

$$r_v = \frac{390}{1200} = 0.325$$

7.-Diámetro de paso y numero de dientes del engrane.

$$D_G = \frac{D_p}{r_v} = \frac{1.9245plg}{0.325} = 5.9215\ plg.$$

$$N_G = \frac{N_p}{r_v} = \frac{20\ plg}{0.325} = 61.538\ \approx 62\ dts.$$

8.- **Análisis de flexión (Método AGMA).**

$$\boldsymbol{\sigma_t \leq S_{ad}}$$

Calculo del esfuerzo de flexión, el esfuerzo se calcula en la raíz del diente del engrane.

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{W_t K_o P K_s K_m}{K_v F J}}$$

Factores de corrección para el esfuerzo calculado.

Factor de corrección por sobrecarga $K_o = 1.25$ (Tabla 3.3)

Factor de corrección por tamaño $K_s = 1$.

Factor de distribución de carga $K_m = 1.2$ (Tabla 3.4)

Factor dinámico K_v, de la figura 3.2.

$$K_v = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{V_p}}} = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{604.6}}} = 0.8719$$

Factor de geometría J. Se calculara para un ángulo de presión normal de 20°, adendo estándar, cortador fresa madre.

De la figura 3.4.

$$J = 0.43$$

Se debe multiplicar por un factor de corrección *K*, ya que el piñon no está acoplado con un engrane de 75 dientes. $K = 0.98$ (Fig. 3.7).

$$J = 0.43 * 0.98 = 0.4214$$

Calculo del esfuerzo para el piñon.

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{272.908 * 1.25 * 10.3923 * 1 * 1.2}{0.8719 * 1.25 * 0.4214} = 9262.92\ lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo para el engrane. (Solo cambia el valor del factor de geometría, el valor de los demás factores de corrección es el mismo).

$$J = 0.5$$

Se debe multiplicar por un factor de corrección *K*, ya que el piñon no está acoplado con un engrane de 75 dientes. $K = 0.915$ (Fig. 3.7).

$$J = 0.5 * 0.915 = 0.4575$$

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{272.908 * 1.25 * 10.3923 * 1 * 1.2}{0.8719 * 1.25 * 0.4575} = 8532.01\ lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo de diseño máximo admisible.

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{S_{at} K_L}{K_T K_R}}$$

Selección del material para el piñon y engrane.

Para ambos se usara material de hierro vaciado AGMA grado 50 BHN=262, y tiene una dureza (mínima) BHN=223 (Tabla 3.2).

Por extrapolación de la tabla 3.5 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{at} = 17500\ lb/plg^2}$ y por extrapolación de la tabla 3.13 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{ac} = 85000 - 95000\ lb/plg^2}$

Factores de corrección para el esfuerzo de flexión admisible.

Factor de vida $K_L = 1$. (Se considerara el factor para una vida indefinida).

Factor de temperatura $K_T = 1$. (Se considerara la temperatura de trabajo del aceite T<160°F).

Factor de confiabilidad $K_R = 1.2$ (Tabla 3.7)

Calculo del esfuerzo admisible a flexión (para el piñon y engrane es de igual valor).

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{17500 * 1}{1 * 1.2} = 14583.3\ lb/plg^2}$$

9.-Analisis de desgaste (Método AGMA).

$$\boldsymbol{\sigma_c \leq S_{ac}\left(\frac{C_L C_H}{C_T C_R}\right)}$$

Calculo del esfuerzo de contacto.

$$\boldsymbol{\sigma_c = C_p\sqrt{\frac{W_t C_o}{C_V}\frac{C_s}{Db}\frac{C_m C_f}{I}}}$$

Factores de corrección para el número del esfuerzo de contacto calculado.

Coeficiente elástico $C_p = 1800$. (Tabla 3.10)

Factor de sobrecarga $C_o = 1.25$. (Tabla 3.3)

Factor dinámico, de la figura 3.9.

$$C_v = \frac{78}{78 + \sqrt{V_p}} = \frac{78}{78 + \sqrt{604.6}} = 0.7603$$

Factor de distribución de la carga $C_m = 1.3$. (Fig. 3.12)

Factor de tamaño $C_s = 1$.

Factor de condición de superficie $C_f = 1$.

Factor de geometría.

$$I = \frac{C_c}{M_N}$$

Factor de curvatura de la línea de paso C_c.

$$C_c = \frac{\cos\phi_t \; sen\,\phi_t}{2}\left[\frac{M_g}{M_g + 1}\right]$$

$$M_g = \frac{1}{r_v} = \frac{1}{0.325} = 3.0769$$

$$C_c = \frac{\cos 22.79° * \; sen\,22.79°}{2}\left[\frac{3.0769}{3.0769 + 1}\right] = 0.1347$$

Relación de carga compartida M_N.

$$M_N = \frac{p_{nb}}{0.95\,Z}$$

$$Z = \sqrt{(r_1 + a)^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{(r_2 + a)^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2)sen\,\emptyset_t$$

$$r_b = \frac{D}{2}\cos\emptyset_t$$

$$r_{b1} = 0.8871\ plg \quad y \quad r_{b2} = 2.7296\ plg.$$

$$a = \frac{1}{P_{nd}} = \frac{1}{12} = 0.0833\ plg.$$

$$Z = \sqrt{(0.9622 + 0.0833)^2 - 0.8871^2} + \sqrt{(2.9607 + 0.0833)^2 - 2.7296^2} - (0.9622 + 2.9607)sen\ 22.79°$$

$$Z = 0.3810$$

Paso base normal p_{nb}.

$$p_{nb} = (pcos\psi)cos\ \emptyset_t$$

$$p_{nb} = 0.3022 \cos 30° \cos 20° = 0.2459$$

$$M_N = \frac{0.2459}{0.95 * 0.3810} = 0.6793$$

Factor de geometría

$$I = \frac{0.1347}{0.6793} = 0.1982.$$

Calculo del esfuerzo para el piñon

$$\boldsymbol{\sigma_c = 1800\sqrt{\frac{272.908 * 1.25}{0.7603}\frac{1}{1.9245 * 1.25}\frac{1.3 * 1}{0.1982}} = 62957\ lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo para el engrane. (Los valores de los factores son iguales solo cambia el valor del diámetro del circulo de paso que para el engrane tiene un valor calculado de 5.9215 plg).

$$\boldsymbol{\sigma_c = 1800\sqrt{\frac{272.908 * 1.25}{0.7603}\frac{1}{5.9215 * 1.25}\frac{1.3 * 1}{0.1982}} = 35891.5\ lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo de contacto admisible.

$$\boldsymbol{S_{ac}\left(\frac{C_L C_H}{C_T C_R}\right)}$$

Factores de corrección para el esfuerzo de contacto admisible.

Factor de vida C_L=1. (Fig. 3.13)

Factor de relación de dureza $C_H = 1$. (Piñon y engrane del mismo material, fig. 3.14)

Factor de temperatura $C_T = 1$.

Factor de seguridad $C_R = 1.15$. (Tabla 3.15).

$$\mathbf{85000}\left(\frac{\mathbf{1}*\mathbf{1}}{\mathbf{1}*\mathbf{1.15}}\right)=\mathbf{73913}\ \boldsymbol{lb/plg^2}$$

Nota: El esfuerzo de contacto admisible es igual para los dos engranes acoplados.

Resultados del diseño:

Tabla de resultados correspondientes a la geometría de engranes.

	Piñon	**Engrane**
Numero de dientes	20 dts	62 dts
Paso diametral normal	12	12
Angulo de Presión	20°	20°
Diámetro de Paso	1.9245	5.9215 plg
Diámetro de base	1.7742 plg	5.4592
Paso diametral	10.3923 plg	10.3923 plg
Flanco	1.25 plg	1.25 plg
Adendo	0.0833 plg	0.0833 plg
Dedendo	0.1041 plg	0.1041
Distancia de centros	3.923 plg	

Valores de esfuerzos obtenidos de acuerdo al diseño por el método AGMA.

Para el piñon

$$(\boldsymbol{\sigma_t}=\mathbf{9262.92}\frac{\boldsymbol{lb}}{\boldsymbol{plg^2}})<\left(\boldsymbol{S_{ad}}=\mathbf{14583.3}\frac{\boldsymbol{lb}}{\boldsymbol{plg^2}}\right)\ \boldsymbol{aceptable\ a\ flexion}$$

$$(\boldsymbol{\sigma_c}=\mathbf{62957}\ \boldsymbol{lb/plg^2})<(73913\ \boldsymbol{lb/plg^2})\ \boldsymbol{aceptable\ a\ desgaste}.$$

Para el engrane

$$(\boldsymbol{\sigma_t}=\mathbf{8532.01}\ \boldsymbol{lb/plg^2}\frac{\boldsymbol{lb}}{\boldsymbol{plg^2}})<\left(\boldsymbol{S_{ad}}=\mathbf{14583.3}\frac{\boldsymbol{lb}}{\boldsymbol{plg^2}}\right)\ \boldsymbol{aceptable\ a\ flexion}$$

$$(\boldsymbol{\sigma_c}=\mathbf{35891.5}\boldsymbol{lb/plg^2})<(73913\ \boldsymbol{lb/plg^2})\ \boldsymbol{aceptable\ a\ desgaste}.$$

Ejemplo de diseño 2.

Un motor industrial de cuatro cilindros entrega 75 Hp, al engrane de helicoidal de un reductor de velocidad, el motor trabaja a 2200 rpm. El engrane helicoidal mueve a una astilladora de madera, con la cual se preparan astillas para la fabricación de papel. El engrane de salida debe girar entre 4500 y 4600 rpm.

1.-Eleccion del sistema de dientes con el cual se pretenderá trabajar y se asignara un número de dientes para el engrane motriz, para este caso se eligió lo siguiente:

Angulo de presión normal $\emptyset_{\boldsymbol{n}} = 20°$**.**

Paso diametral normal $P_{nd} = 8$.

Angulo de hélice $\psi = 15°$.

Numero de dientes del engrane motriz $N_p = 75\ dts$.

2.- Calculo de pasos y ángulos de presión principales existentes en los engranes helicoidales.

Paso diametral transversal**.**

$$P_d = P_{nd} \cos\psi$$

$$P_d = 8 \cos 15° = 7.7274\ dts/plg.$$

Paso axial.

$$p_x = \frac{\pi}{P_d tan\ \psi}$$

$$p_x = \frac{\pi}{7.7274\ tan\ 15°} = 1.5172\ plg.$$

Paso circular

$$p = p_x \tan\psi$$

$$p = 1.5172 \tan 15° = 0.4065\ plg.$$

Angulo de presión transversal.

$$\emptyset_{\boldsymbol{t}} = tan^{-1}\left(\frac{\tan \emptyset_{\boldsymbol{n}}}{\cos\psi}\right)$$

$$\emptyset_{\boldsymbol{t}} = tan^{-1}\left(\frac{\tan 20°}{\cos 15°}\right) = 20.64°$$

3.- Diámetro de paso del engrane motriz y ancho del diente.

$$D_1 = \frac{N_p}{P_d}$$

$$D_1 = \frac{75\ dts}{7.7274\ dts/plg} = 9.7057\ plg$$

Flanco del diente, (por recomendación el ancho del diente debe ser por lo menos el doble del paso axial).

$$F = 2p_x = 2 * 1.5172 = 3.0344\ plg.$$

Se usara un valor de 3.25 plg, ya que es más conveniente.

$$F = 3.25\ plg$$

4.- Calculo de la velocidad de la línea de paso.

$$V_p = \frac{\pi Dn}{12}$$

$$V_p = \frac{\pi * 9.7057 * 2200}{12} = 5590.08\ pies/min$$

5.- Calculo de las cargas tangencial W_t, radial W_r y axial W_x.

$$W_t = \frac{(hp)(33000)}{V_p}$$

$$W_t = \frac{75 * 33000}{5590.08} = 442.749\ lb$$

$$W_r = W_t tan\emptyset_t$$

$$W_r = 442.749 \tan 20.64° = 114.664\ lb$$

$$W_x = W_t \tan\psi$$

$$W_x = 442.74 \tan 15° = 157.564\ lb$$

6.-Relación de velocidad.

$$\boldsymbol{r_v} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

$$r_v = \frac{4600}{2200} = 2.0909$$

7.-Diámetro de paso y numero de dientes del engrane impulsado.

$$D_2 = \frac{D_1}{r_v} = \frac{19.7057 plg}{2.0909} = 4.6418\ plg.$$

$$N_2 = \frac{N_1}{r_v} = \frac{75\ plg}{2.0909} = 35.86\ \approx 36\ dts.$$

8.- **Análisis de flexión (Método AGMA).**

$$\boldsymbol{\sigma_t \leq S_{ad}}$$

Calculo del esfuerzo de flexión, el esfuerzo se calcula en la raíz del diente del engrane.

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{W_t K_o P K_s K_m}{K_v F J}}$$

Factores de corrección para el esfuerzo calculado.

Factor de corrección por sobrecarga $K_o = 1.75$ (Tabla 3.3)

Factor de corrección por tamaño $K_s = 1$.

Factor de distribución de carga $K_m = 1.256$ (Tabla 3.4)

Factor dinámico K_v, de la figura 3.2.

$$K_v = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{V_p}}} = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{5590.08}}} = 0.7145$$

Factor de geometría J. Se calculara para un ángulo de presión normal de 20°, adendo estándar, cortador fresa madre.

De la figura 3.4.

$$J = 0.585$$

Se debe multiplicar por un factor de corrección *K*, ya que el engrane motriz no está acoplado con un engrane de 75 dientes. $K = 0.949$ (Fig. 3.7).

$$J = 0.585 * 0.949 = 0.551$$

Calculo del esfuerzo para el engrane motriz.

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{442.749 * 1.75 * 7.7274 * 1 * 1.231}{0.7145 * 3.25 * 0.5551} = 5717.82\ lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo para el engrane impulsado. (Solo cambia el valor del factor de geometría, el valor de los demás factores de corrección es el mismo).

$$J = 0.53$$

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{442.749 * 1.75 * 7.7274 * 1 * 1.231}{0.7145 * 3.25 * 0.53} = 5988.6\ lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo de diseño máximo admisible.

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{S_{at} K_L}{K_T K_R}}$$

Selección del material para el engrane motriz y engrane impulsado.

Engrane motriz:

Se usara acero templado y revenido con grado de dureza Brinnel mínima de 180.

De la tabla 3.5 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{at} = 25000 - 33000\ lb/plg^2}$ y de la tabla 3.13 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{ac} = 85000 - 95000\ lb/plg^2}$ **.**

Engrane impulsado:

Se usara acero templado y revenido con grado de dureza Brinnel mínima de 240.

De la tabla 3.5por interpolación se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{at} = 30500 - 40000\ lb/plg^2}$ y de la tabla 3.13 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{ac} = 105000 - 115000\ lb/plg^2}$ **.**

Factores de corrección para el esfuerzo de flexión admisible.

Factor de vida $K_L = 1$. (Se considerara el factor para una vida indefinida).

Factor de temperatura $K_T = 1$. (Se considerara la temperatura de trabajo del aceite T<160°F).

Factor de confiabilidad $K_R = 1.5$ (Tabla 3.7)

Calculo del esfuerzo admisible a flexión.

Para el engrane motriz

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{25000 * 1}{1 * 1.5} = 16666.7\ lb/plg^2}$$

Para el engrane impulsado

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{30500 * 1}{1 * 1.5} = 20333.3\ lb/plg^2}$$

9.-Analisis de desgaste (Método AGMA).

$$\boldsymbol{\sigma_c \leq S_{ac}\left(\frac{C_L C_H}{C_T C_R}\right)}$$

Calculo del esfuerzo de contacto.

$$\boldsymbol{\sigma_c = C_p\sqrt{\frac{W_t C_o}{C_V}\frac{C_s}{Db}\frac{C_m C_f}{I}}}$$

Factores de corrección para el número del esfuerzo de contacto calculado.

Coeficiente elástico $C_p = 2300$. (Tabla 3.10)

Factor de sobrecarga $C_o = 1.231$. (Tabla 3.3)

Factor dinámico, de la figura 3.9.

$$C_v = \frac{78}{78 + \sqrt{V_p}} = \frac{78}{78 + \sqrt{5590.08}} = 0.5105$$

Factor de distribución de la carga $C_m = 1.33$. (Fig. 3.12)

Factor de tamaño $C_s = 1$.

Factor de condición de superficie $C_f = 1$.

Factor de geometría.

$$I = \frac{C_c}{M_N}$$

Factor de curvatura de la línea de paso C_c.

$$C_c = \frac{\cos\phi_t \; sen\,\phi_t}{2}\left[\frac{M_g}{M_g + 1}\right]$$

$$M_g = \frac{1}{r_v} = \frac{1}{2.0909} = 0.4782$$

$$C_c = \frac{\cos 20.64° * \; sen\,20.64°}{2}\left[\frac{0.4782}{0.4782 + 1}\right] = 0.0533$$

Relación de carga compartida M_N.

$$M_N = \frac{p_{nb}}{0.95\,Z}$$

$$Z = \sqrt{(r_1 + a)^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{(r_2 + a)^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2) sen\, \emptyset_t$$

$$r_b = \frac{D}{2} \cos \emptyset_t$$

$$r_{b1} = 4.5413\, plg \quad y \quad r_{b2} = 2.1719\, plg.$$

$$a = \frac{1}{P_{nd}} = \frac{1}{8} = 0.125\, plg.$$

$$Z = \sqrt{(4.8528 + 0.125)^2 - 4.5413^2} + \sqrt{(2.3209 + 0.125)^2 - 2.3209^2} - (4.8528 + 2.3209) sen\, 20.64°$$

$$Z = 0.6345$$

Paso base normal p_{nb}.

$$p_{nb} = (p cos\psi) cos\, \emptyset_t$$

$$p_{nb} = 0.4065 \cos 15° \cos 20° = 0.3689$$

$$M_N = \frac{0.3689}{0.95 * 0.6345} = 0.612$$

Factor de geometría

$$I = \frac{0.0533}{0.612} = 0.087.$$

Calculo del esfuerzo de contacto.

Para el engrane motriz

$$\boldsymbol{\sigma_c = 2300 \sqrt{\frac{442.749 * 1.231}{0.5105} \frac{1}{9.7057 * 3.25} \frac{1.33 * 1}{0.087}} = 52317.7\, lb/plg^2}$$

Para el engrane impulsado. (Los valores de los factores son iguales solo cambia el valor del diámetro del circulo de paso que para el engrane tiene un valor calculado de 5.9215 plg).

$$\boldsymbol{\sigma_c = 2300 \sqrt{\frac{442.749 * 1.231}{0.5105} \frac{1}{5.9215 * 3.25} \frac{1.33 * 1}{0.087}} = 75651.8\, lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo de contacto admisible.

$$\boldsymbol{S_{ac}\left(\frac{C_L C_H}{C_T C_R}\right)}$$

Factores de corrección para el esfuerzo de contacto admisible.

Factor de vida C_L=1. (Fig. 3.13)

Factor de relación de dureza $C_H = 1$. (Piñon y engrane del mismo material, fig. 3.14)

Factor de temperatura $C_T = 1$.

Factor de seguridad $C_R = 1.25$. (Tabla 3.15).

Esfuerzo de contacto admisible para el engrane motriz:

$$\boldsymbol{85000\left(\frac{1*1}{1*1.15}\right) = 68000\ lb/plg^2}$$

Esfuerzo de contacto admisible para el engrane impulsado. Los valores de los factores de corrección son iguales, solo cambia el valor de $S_{ac} = 105000$.

$$\boldsymbol{105000\left(\frac{1*1}{1*1.15}\right) = 84000\ lb/plg^2}$$

Resultados del diseño:

Tabla de resultados correspondientes a la geometría de engranes.

	Engrane motriz	**Engrane impulsado**
Numero de dientes	75 dts	36 dts
Paso diametral normal	8	8
Angulo de Presión	20°	20°
Diámetro de Paso	9.7057 plg	4.6418 plg
Diámetro de base	4.5413 plg	4.3438 plg
Paso diametral	7.7274 plg	7.7274 plg
Flanco	3.25 plg	3.25 plg
Adendo	0.125 plg	0.125 plg
Dedendo	0.156 plg	0.156 plg
Distancia de centros	7.1737 plg	

Resultados de esfuerzos obtenidos de acuerdo al diseño por el método AGMA

Para el engrane motriz

$$(\sigma_t = 5717.82 \frac{lb}{plg^2}) < \left(S_{ad} = 16666.7 \frac{lb}{plg^2}\right) \textbf{ aceptable a flexion}$$

$$(\sigma_c = 52317.7\ lb/plg^2) < (68000\ lb/plg^2)\ \textbf{aceptable a desgaste}.$$

Para el engrane impulsado

$$(\sigma_t = 5988.6\ lb/plg^2 \frac{lb}{plg^2}) < \left(S_{ad} = 20333.3 \frac{lb}{plg^2}\right) \textbf{ aceptable a flexion}$$

$$(\sigma_c = 75651.8\ lb/plg^2) < (84000\ lb/plg^2)\ \textbf{aceptable a desgaste}.$$

Ejemplo de diseño 3

Una turbina hidráulica transmite 15Hp a un par de engranes helicoidales a 4500 rpm. La salida del par de engranes debe impulsar a un generador eléctrico a 3600 rpm. La distancia entre centros del par de engranes no debe ser mayor que 4 plg.

1.- Elección del sistema de dientes con el cual se pretende trabajar:

Angulo de presión normal $\emptyset_{\boldsymbol{n}} = 20°$**.**

Paso diametral normal $P_{nd} = 12$.

Angulo de hélice $\psi = 15°$.

2.- Calculo de pasos y ángulos de presión principales existentes en los engranes helicoidales.

Paso diametral transversal**.**

$$P_d = P_{nd} \cos\psi$$

$$P_d = 12 \cos 15° = 11.5911\ dts/plg.$$

Paso axial.

$$p_x = \frac{\pi}{P_d tan\ \psi}$$

$$p_x = \frac{\pi}{11.5911\ tan\ 15°} = 1.0115\ plg.$$

Paso circular

$$p = p_x \tan\psi$$

$$p = 1.0115 \tan 15° = 0.271\ plg.$$

Angulo de presión transversal.

$$\emptyset_{\boldsymbol{t}} = tan^{-1}\left(\frac{\tan \emptyset_{\boldsymbol{n}}}{\cos\psi}\right)$$

$$\emptyset_{\boldsymbol{t}} = tan^{-1}\left(\frac{\tan 20°}{\cos 15°}\right) = 20.64°$$

3.- Relación de velocidad y distancia de centros

$$\boldsymbol{r_v} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{D_1}{D_2}$$

$$r_v = \frac{3600}{4500} = 0.8$$

Distancia de centros. Para este caso dice que la C< 4 plg.

$$C = \frac{N_1 + N_2}{2P_n cos\,\psi}$$

$$N_1 + N_2 = C(2P_n cos\,\psi)$$

$$N_1 + N_2 = 4(2 * 12\cos 15°) = 92.7289 \qquad (Ec.1)$$

Y de la relación de velocidad:

$$N_1 = 0.8N_2 \qquad (Ec.2).$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$N_1 = 41dts \quad y \quad N_2 = 51\ dts$$

$$\boldsymbol{C = 3.96\ plg}$$

4.-Diámetros de paso del piñon y engrane y ancho del diente.

$$D_p = \frac{N}{P_d}$$

Piñon

$$D_p = \frac{41\ dts}{11.5911\ dts/plg} = 3.5372\ plg$$

$$D_G = \frac{51\ dts}{11.5911\ dts/plg} = 4.399\ plg$$

Flanco del diente, (por recomendación el ancho del diente debe ser por lo menos el doble del paso axial).

$$F = 2p_x = 2 * 1.0115 = 2.023\ plg.$$

Se usara un valor de 2.25 plg, ya que es más conveniente.

$$F = 2.25\ plg$$

5.- Calculo de la velocidad de la línea de paso.

$$V_p = \frac{\pi D n}{12}$$

$$V_p = \frac{\pi * 3.5372 * 4500}{12} = 4167.17\ pies/min$$

6.- Calculo de las cargas tangencial W_t, radial W_r y axial W_x.

$$W_t = \frac{(hp)(33000)}{V_p}$$

$$W_t = \frac{15 * 33000}{4167.17} = 118.786\ lb$$

$$W_r = W_t tan\emptyset_t$$

$$W_r = 118.786\ \tan 20.64° = 44.7597\ lb$$

$$W_x = W_t \tan\psi$$

$$W_x = 118.786 \tan 15° = 31.828\ lb$$

7.- **Análisis de flexión (Método AGMA).**

$$\boldsymbol{\sigma_t \leq S_{ad}}$$

Calculo del esfuerzo de flexión, el esfuerzo se calcula en la raíz del diente del engrane.

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{W_t K_o P K_s K_m}{K_v F J}}$$

Factores de corrección para el esfuerzo calculado.

Factor de corrección por sobrecarga $K_o = 1.25$ (Tabla 3.3)

Factor de corrección por tamaño $K_s = 1$.

Factor de distribución de carga $K_m = 1.206$ (Tabla 3.4)

Factor dinámico K_v, de la figura 3.2.

$$K_v = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{V_p}}} = \sqrt{\frac{78}{78 + \sqrt{4167.17}}} = 0.7397$$

Factor de geometría J. Se calculara para un ángulo de presión normal de 20°, adendo estándar, cortador fresa madre.

De la figura 3.4.

$$J = 0.49$$

Se debe multiplicar por un factor de corrección *K*, ya que el piñon no está acoplado con un engrane de 75 dientes. $K = 0.98$ (Fig. 3.7).

$$J = 0.49 * 0.98 = 0.4802$$

Calculo del esfuerzo para el piñon.

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{118.786 * 1.25 * 11.5911 * 1 * 1.206}{0.7379 * 2.25 * 0.4802} = 2606.6\ lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo para el engrane. (Solo cambia el valor del factor de geometría, el valor de los demás factores de corrección es el mismo).

$$J = 0.54$$

Se debe multiplicar por un factor de corrección *K*, ya que el piñon no está acoplado con un engrane de 75 dientes. $K = 0.96$ (Fig. 3.7).

$$J = 0.54 * 0.96 = 0.5184$$

$$\boldsymbol{\sigma_t = \frac{118.786 * 1.25 * 11.5911 * 1 * 1.206}{0.7379 * 2.25 * 0.5184} = 2428.45\ lb/plg^2}$$

Calculo del esfuerzo de diseño máximo admisible.

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{S_{at} K_L}{K_T K_R}}$$

Selección del material para el piñon y engrane.

Piñon

Se usara acero normalizado de grado de dureza BHN=140 mínima. De la tabla 3.5 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{at} = 19000\ lb/plg^2}$ y por extrapolación de la tabla 3.13 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{ac} = 71668\ lb/plg^2}$

Engrane

Se usara hierro vaciado AGMA de grado 20 de dureza BHN=170.De la tabla 3.5 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{at} = 5000\ lb/plg^2}$ y por extrapolación de la tabla 3.13 se obtiene un valor de $\boldsymbol{S_{ac} = 50000 - 60000\ lb/plg^2}$

Factores de corrección para el esfuerzo de flexión admisible.

Factor de vida $K_L = 1$. (Se considerara el factor para una vida indefinida).

Factor de temperatura $K_T = 1$. (Se considerara la temperatura de trabajo del aceite T<160°F).

Factor de confiabilidad $K_R = 1.5$ (Tabla 3.7)

Calculo del esfuerzo admisible a flexión

Piñon:

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{19000 * 1}{1 * 1.5} = 12666.66\ lb/plg^2}$$

Engrane

$$\boldsymbol{S_{ad} = \frac{5000 * 1}{1 * 1.5} = 3333.33\ lb/plg^2}$$

8.-Analisis de desgaste (Método AGMA).

$$\boldsymbol{\sigma_c \leq S_{ac}\left(\frac{C_L C_H}{C_T C_R}\right)}$$

Calculo del esfuerzo de contacto.

$$\boldsymbol{\sigma_c = C_p\sqrt{\frac{W_t C_o}{C_V}\frac{C_s}{Db}\frac{C_m C_f}{I}}}$$

Factores de corrección para el número del esfuerzo de contacto calculado.

Coeficiente elástico $C_p = 2000$. (Tabla 3.10)

Factor de sobrecarga $C_o = 1.25$. (Tabla 3.3)

Factor dinámico, de la figura 3.9.

$$C_v = \frac{78}{78 + \sqrt{V_p}} = \frac{78}{78 + \sqrt{4167.17}} = 0.5471$$

Factor de distribución de la carga $C_m = 1.31$. (Fig. 3.12)

Factor de tamaño $C_s = 1$.

Factor de condición de superficie $C_f = 1$.

Factor de geometría.

$$I = \frac{C_c}{M_N}$$

Factor de curvatura de la línea de paso C_c.

$$C_c = \frac{\cos\phi_t \; sen\,\phi_t}{2}\left[\frac{M_g}{M_g + 1}\right]$$

$$M_g = \frac{1}{r_v} = \frac{1}{0.325} = 3.0769$$

$$C_c = \frac{\cos 20.64° * \; sen\,20.64°}{2}\left[\frac{1.25}{1.25 + 1}\right] = 0.09163$$

Relación de carga compartida M_N.

$$M_N = \frac{p_{nb}}{0.95\,Z}$$

$$Z = \sqrt{(r_1 + a)^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{(r_2 + a)^2 - r_{b2}^2} - (r_1 + r_2)sen\,\emptyset_t$$

$$r_b = \frac{D}{2}\cos\emptyset_t$$

$$r_{b1} = 1.655\,plg \quad y \quad r_{b2} = 2.0582\,plg.$$

$$a = \frac{1}{P_{nd}} = \frac{1}{12} = 0.0833\,plg.$$

$$Z = \sqrt{(1.7686 + 0.0833)^2 - 1.655^2} + \sqrt{(2.1995 + 0.0833)^2 - 2.0582^2} - (1.7686 + 2.1995)sen\,20.64°$$

$$Z = 0.4192$$

Paso base normal p_{nb}.

$$p_{nb} = (pcos\psi)cos\,\emptyset_t$$

$$p_{nb} = 0.271\cos 15°\cos 20° = 0.246$$

$$M_N = \frac{0.246}{0.95 * 0.4192} = 0.6177$$

Factor de geometría

$$I = \frac{0.09163}{0.6177} = 0.1483$$

Calculo del esfuerzo para el piñon

$$\sigma_c = 2000\sqrt{\frac{118.786 * 1.25}{0.5471}\ \frac{1}{3.5372 * 2.25}\ \frac{1.31 * 1}{0.1483}} = 34711.9\ lb/plg^2$$

Calculo del esfuerzo para el engrane. (Los valores de los factores son iguales solo cambia el valor del diámetro del circulo de paso que para el engrane tiene un valor calculado de 4.399 plg).

$$\sigma_c = 2000\sqrt{\frac{118.786 * 1.25}{0.5471}\ \frac{1}{4.399 * 2.25}\ \frac{1.31 * 1}{0.1483}} = 31126.6\ lb/plg^2$$

Calculo del esfuerzo de contacto admisible.

$$S_{ac}\left(\frac{C_L C_H}{C_T C_R}\right)$$

Factores de corrección para el esfuerzo de contacto admisible.

Factor de vida C_L=1. (Fig. 3.13)

Factor de relación de dureza $C_H = 1$. (Piñon y engrane del mismo material, fig. 3.14)

Factor de temperatura $C_T = 1$.

Factor de seguridad $C_R = 1.25$. (Tabla 3.15).

Piñon:

$$71668\left(\frac{1 * 1}{1 * 1.25}\right) = 57334\ lb/plg^2$$

Engrane:

$$50000\left(\frac{1 * 1}{1 * 1.25}\right) = 40000\ lb/plg^2$$

Resultados del diseño:

Tabla de resultados correspondientes a la geometría de engranes.

	Piñon	**Engrane**
Numero de dientes	41 dts	51 dts
Paso diametral normal	12	12
Angulo de Presión	20°	20°
Diámetro de Paso	3.5372 plg	4.399 plg
Diámetro de base	3.31 plg	4.1164 plg
Paso diametral	11.5911 plg	11.5911 plg
Flanco	2.25 plg	2.25 plg
Adendo	0.0833 plg	0.0833 plg
Dedendo	0.1041 plg	0.1041
Distancia de centros	3.96 plg	

Para el piñon

$$(\boldsymbol{\sigma_t = 2606.6\frac{lb}{plg^2}}) < \left(\boldsymbol{S_{ad} = 12666.6\frac{lb}{plg^2}}\right) \boldsymbol{aceptable\ a\ flexion}$$

$$(\boldsymbol{\sigma_c = 34711.9\ lb/plg^2}) < (\boldsymbol{57334.4 lb/plg^2})\ \boldsymbol{aceptable\ a\ desgaste.}$$

Para el engrane

$$(\boldsymbol{\sigma_t = 2428.45\ lb/plg^2}\frac{\boldsymbol{lb}}{\boldsymbol{plg^2}}) < \left(\boldsymbol{S_{ad} = 3333.33\frac{lb}{plg^2}}\right) \boldsymbol{aceptable\ a\ flexion}$$

$$(\boldsymbol{\sigma_c = 31126.6 lb/plg^2}) < (\boldsymbol{40000\ lb/plg^2})\ \boldsymbol{aceptable\ a\ desgaste.}$$

Capitulo 4

Uso del software Autodesk Inventor para el diseño de engranes helicoidales.

4.1 Acelerador del diseño.

El acelerador del diseño es una herramienta del programa de Autodesk Inventor que permite la creación de piezas mecánicas, a partir del diseño y análisis de relaciones mecánicas de las piezas en lugar de descripciones geométricas. Dentro del acelerador del diseño podemos encontrar un manual de ingeniería, calculadores mecánicos y generadores de componentes, con estas herramientas podemos automatizar el proceso de la creación de piezas basadas en atributos del mundo real, como por ejemplo, velocidad, potencia y propiedades del material.

En el acelerador del diseño de Autodesk Inventor 2011 se pueden calcular, diseñar y validar conexiones y articulaciones, estructuras, mecanismos utilizados para la transmisión de potencia como lo es el caso de los engranes, ejes, rodamientos etc., y muelles, todos ellos en función de algunas características y normas generales de diseño.

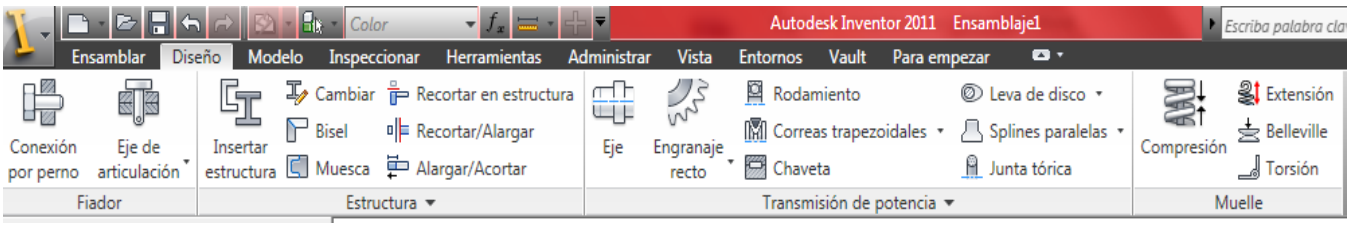


Figura 4.1 Ventana de inicio del acelerador del diseño, se pueden diseñar distintas piezas mecánicas con él.

4.1.1 Generador de componentes.

El generador de componentes permite diseñar, analizar y crear rápidamente componentes de maquinaria habituales basándose en requisitos funcionales, especificaciones, atributos del mundo real y condiciones de uso como potencia, velocidad, par, propiedades del material, temperaturas de funcionamiento y condiciones de lubricación, entre otras.

Para el diseño de cada pieza mecánica que se encuentra en el acelerador del diseño existe un generador de componentes:

- Generador de componentes de conexión mecánica. En él se pueden asignar tamaño, establecer patrones, crear y colocar automáticamente conexiones mecánicas basadas en normas del sector para conexiones por tornillo y tuerca, pasador y de presión.
- Generador de componentes de eje y cubo. En él se pueden diseñar, analizar y crear chaveteros, ranuras curvas envolventes, splines de lado recto, levas y rodamientos.
- Generador de componentes de anillo. Con él se puede acelerar la creación de acanaladuras, facilitando el cálculo diseño y colocación de los sellos de junta teórica.
- Generador de componentes de diseño de engranajes. En él se pueden diseñar, crear y analizar rápidamente ensamblajes de engranajes y optimizar su función mecánica.
- Generador de componentes de cadenas y correas. Con él se puede automatizar la creación de ensamblajes de transmisión por cadenas y correas basadas en requisitos de ingeniería.
- Generador de componentes de tornillo de transmisión. Permite la creación, validación y automatización del diseño de ensamblajes y componentes de tornillo de transmisión, para asegurar su óptimo funcionamiento mecánico.
- Generador de componentes de muelle. Cuando se automatice el diseño de muelles obtendrá resultados predecibles. Seleccione y calcule muelles normalizados y optimícelos según las condiciones de carga. Este generador de componentes incluye muelles de compresión, torsión, extensión, etc.

4.1.2 Generador de componentes de diseño de engranajes rectos y helicoidales.

Ya se han descrito las funciones del acelerador del diseño y del generador de componentes que existe en el pero es importante saber en qué parte del programa se encuentra. En este apartado se describirán las partes del generador de componentes para engranes helicoidales que es nuestro objeto de estudio, pero antes se mostrara como llegar a él desde el inicio del programa.

Paso 1.- Cuando estamos en la ventana de inicio del programa debemos abrir un archivo nuevo, inmediatamente el programa abre una ventana en la que nosotros especificamos el sistema de unidades en el que queremos trabajar, la ventana muestra tres (default, inglés y métrico). Posteriormente hacemos la elección del tipo de archivo que queremos realizar, para el caso de diseño de engranes helicoidales seleccionamos el tipo “Normal.iam”.

Es recomendable que para el caso del diseño de engranes helicoidales se utilice el sistema ingles ya que las unidades del en cuanto al proceso de diseño teórico, están dados en ese sistema.

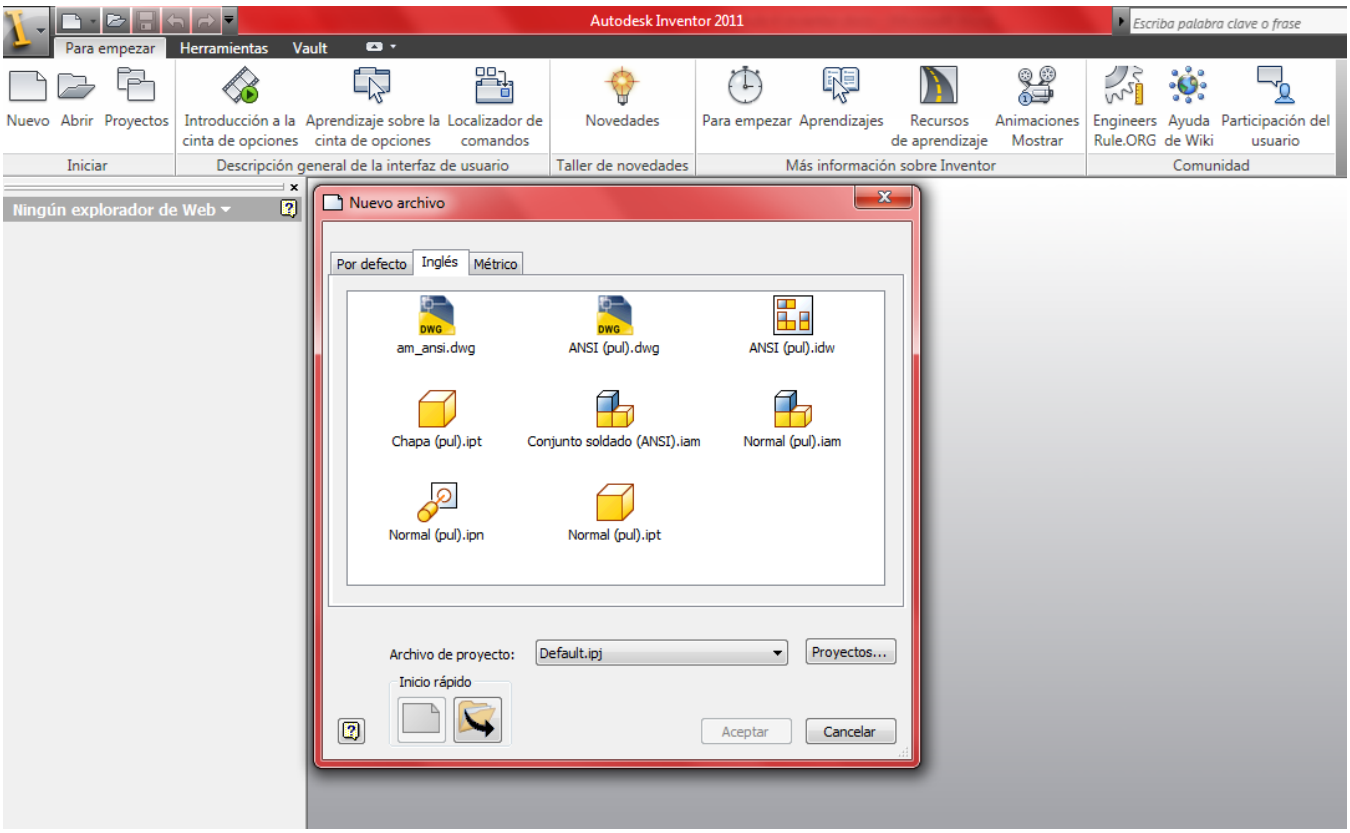


Fig.4.2 Para iniciar el acelerador del diseño se debe crear un archivo de ensamble (Normal iam.)

Paso 2.- En la ventana que se abre cuando damos opción al tipo de archivo que queremos realizar o en el cual pretendemos trabajar, ventana de la figura 4.3, le pinchamos en la opción diseño (es la parte del acelerador del diseño). Después de esta acción llegamos a la ventana del acelerador del diseño que se muestra en la figura 4.1.

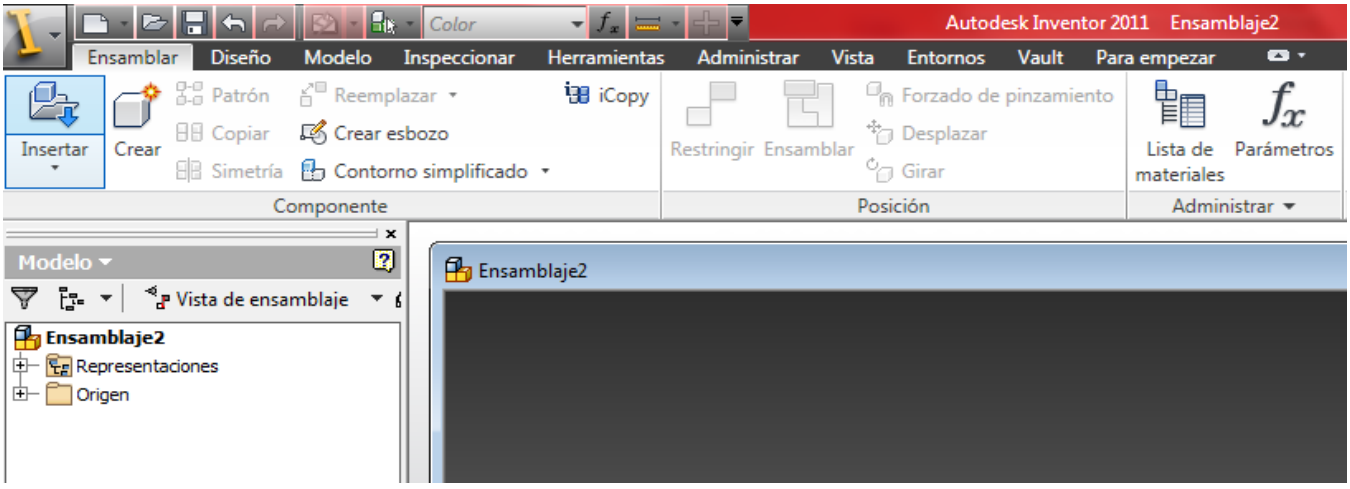


Fig. 4.3 La opción diseño es el acelerador del diseño

Paso 3.- En la figura 4.1 se muestra el acelerador del diseño, cuando estamos en esa parte del acelerador, nos vamos a la opción de engrane recto. Antes de crear un componente del acelerador del diseño se debe guardar el archivo. Es así como llegamos al generador de componentes de engranes rectos y helicoidales del acelerador del diseño de Autodesk Inventor 2011.

El generador de componentes se describirá a continuación y se muestra en las figuras siguientes.

4.1.2.1 Ventana de diseño del generador de componentes.

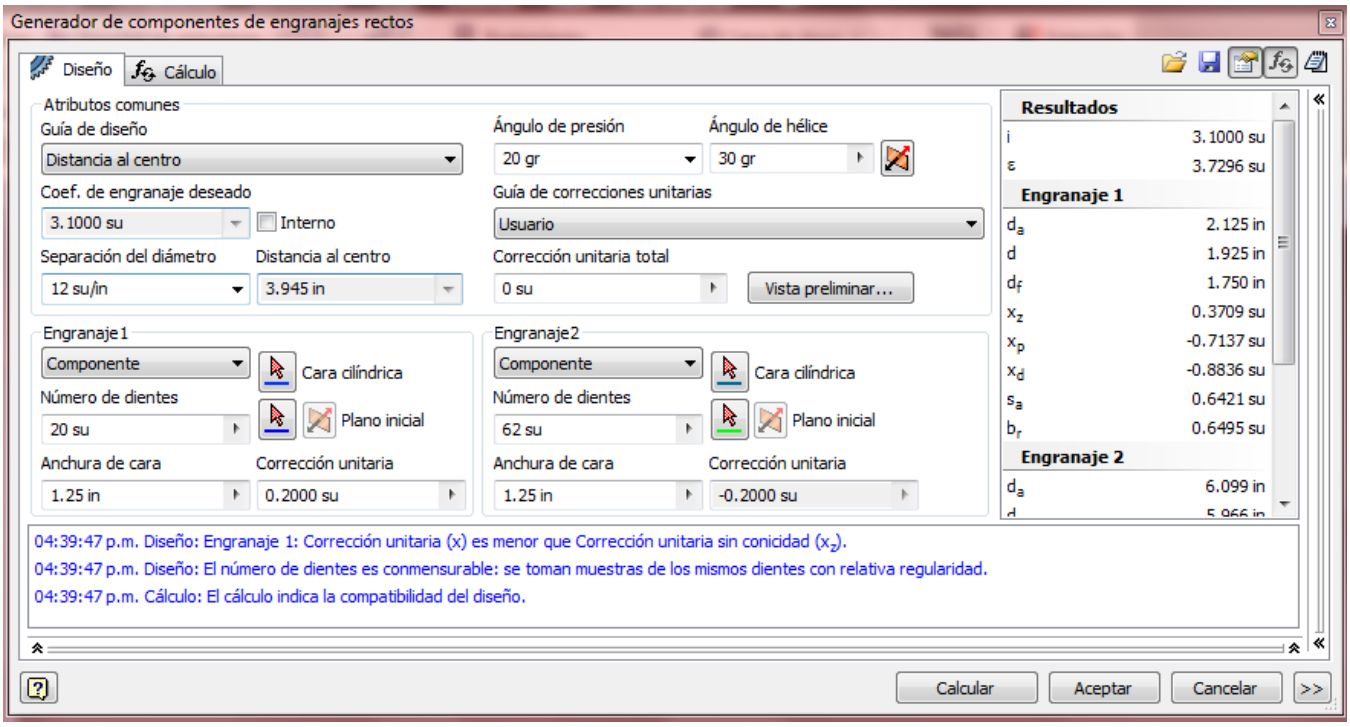


Fig. 4.4 Ventana de diseño del generador de componentes

Guía de diseño

En la figura 4.4 se muestran los atributos comunes para el diseño de engranes helicoidales y rectos, en esta parte, el diseño se puede realizar con base en una guía de diseño, el programa calcula automáticamente los parámetros basados en la guía de diseño seleccionada que puede estar en función de:

- Distancia al centro: En esta opción el programa calcula la distancia al centro y el coeficiente de engranado deseado que es la relación de velocidad, todos ellos en función de los demás parámetros mostrados en la figura.

- Modulo y numero de dientes: Con esta opción el programa calcula el modulo, si es que se está trabajando en el sistema métrico, o el paso diametral para engranes rectos o en su defecto el paso diametral normal para engranes helicoidales, en la ventanilla que muestra en la figura como separación del diámetro. Así también con esta opción se calcula el numero de dientes de los dos engranes y la corrección unitaria total.
- Numero de dientes: El programa calcula con esta opción el número de dientes de los dos engranes, así como la corrección unitaria total.
- Corrección unitaria total: El programa calcula la corrección unitaria total en función de los demás parámetros.
- Modulo: Calcula el valor del modulo, paso diametral o paso diametral normal en función de los demás parámetros.

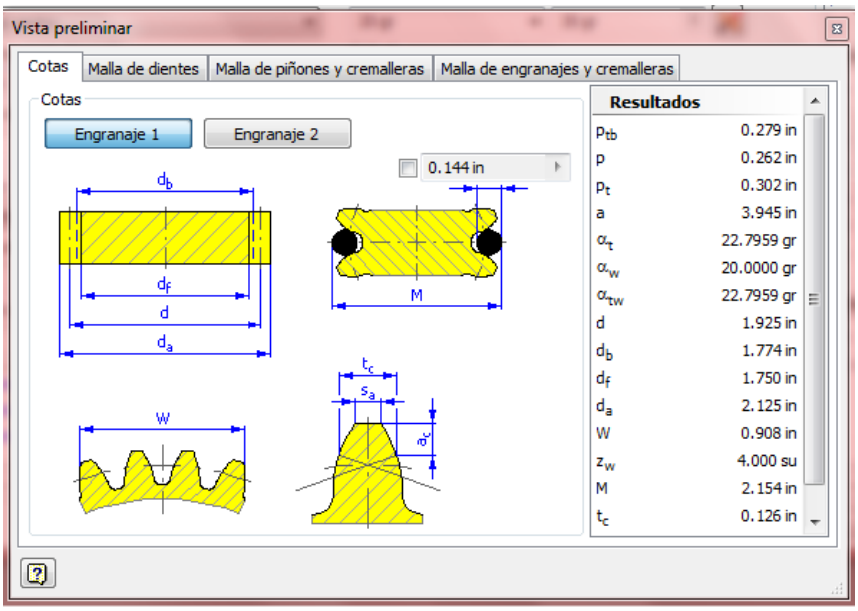
El valor del ángulo de presión normal y el ángulo de hélice se introducen en las ventanillas dispuestas para ello. Para el caso de los engranes helicoidales el ángulo de presión normal es equivalente al ángulo de presión. Esto mismo se hace para el numero de dientes tanto del piñon como del engrane.

El valor del flanco del diente del engrane se debe especificar en la ventanilla que se muestra como anchura de cara. Si se desea hacer el diseño de un engrane de dientes internos solo se debe pinchar en la opción que dice interno.

Para el caso de las correcciones unitarias el programa muestra correcciones en función de distintos métodos, las opciones que da el programa para este cálculo son: coeficiente en marcha, en proporción inversa, con compensación de deslizamientos y según Merrit. Para nuestro caso el valor de las correcciones unitarias será cero, ya que se harán diseños de engranes standard e intercambiables y por lo tanto serán sin correcciones unitarias.

Vista preliminar.

La opción de vista preliminar muestra distintas opciones de visualización de los engranes acoplados, entra las cuales están la ventana de cotas (dimensiones de los engranes), malla de dientes (muestra el acoplamiento de los dientes y permite una animación del engranado de los mismos), y Malla de piñones y engranes con cremalleras (en esta vista se muestra la acción del piñon y del engrane acoplados con una cremallera y se permite una animación de los mismos).



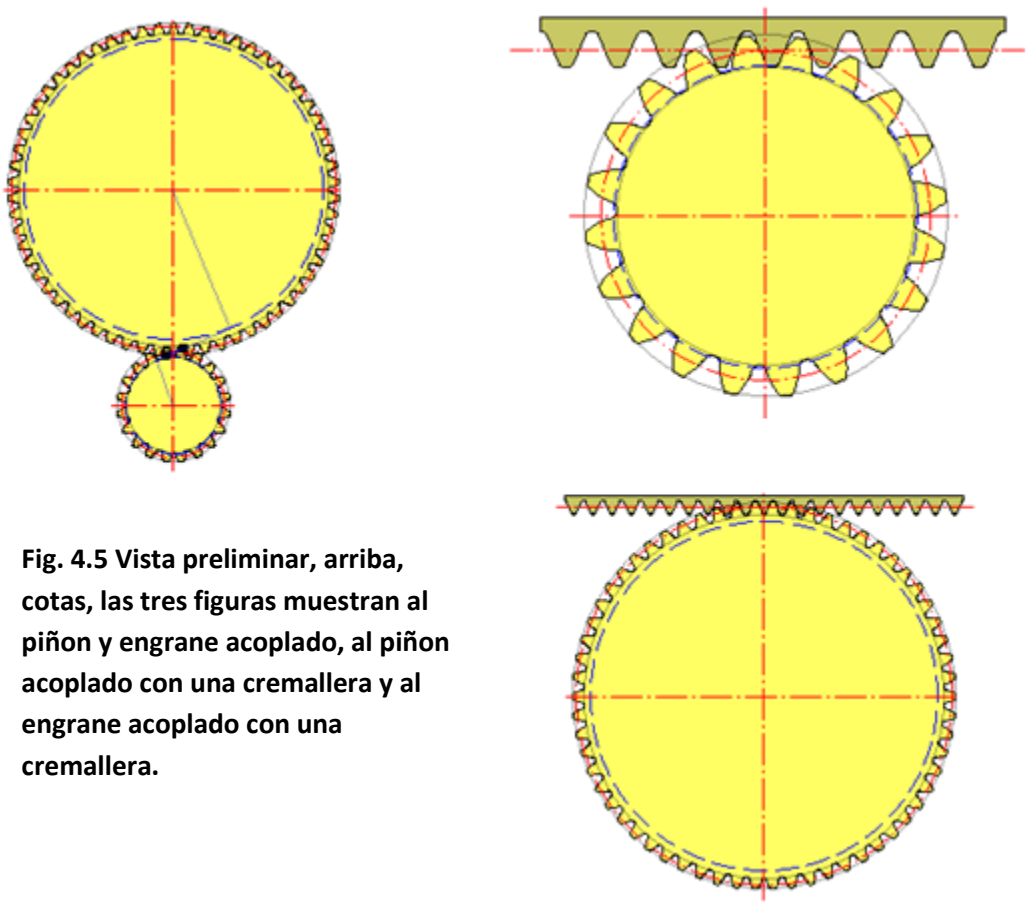


Fig. 4.5 Vista preliminar, arriba, cotas, las tres figuras muestran al piñon y engrane acoplado, al piñon acoplado con una cremallera y al engrane acoplado con una cremallera.

4.1.2.2 Ventana de cálculo del generador de componentes.

La otra parte del generador de componentes de engranajes rectos y helicoidales se muestra en la figura 4.6, en el se especifican distintos factores con los que se calculan los parámetros de diseño basados en la resistencia a la tensión y desgaste del acoplamiento de engranes.

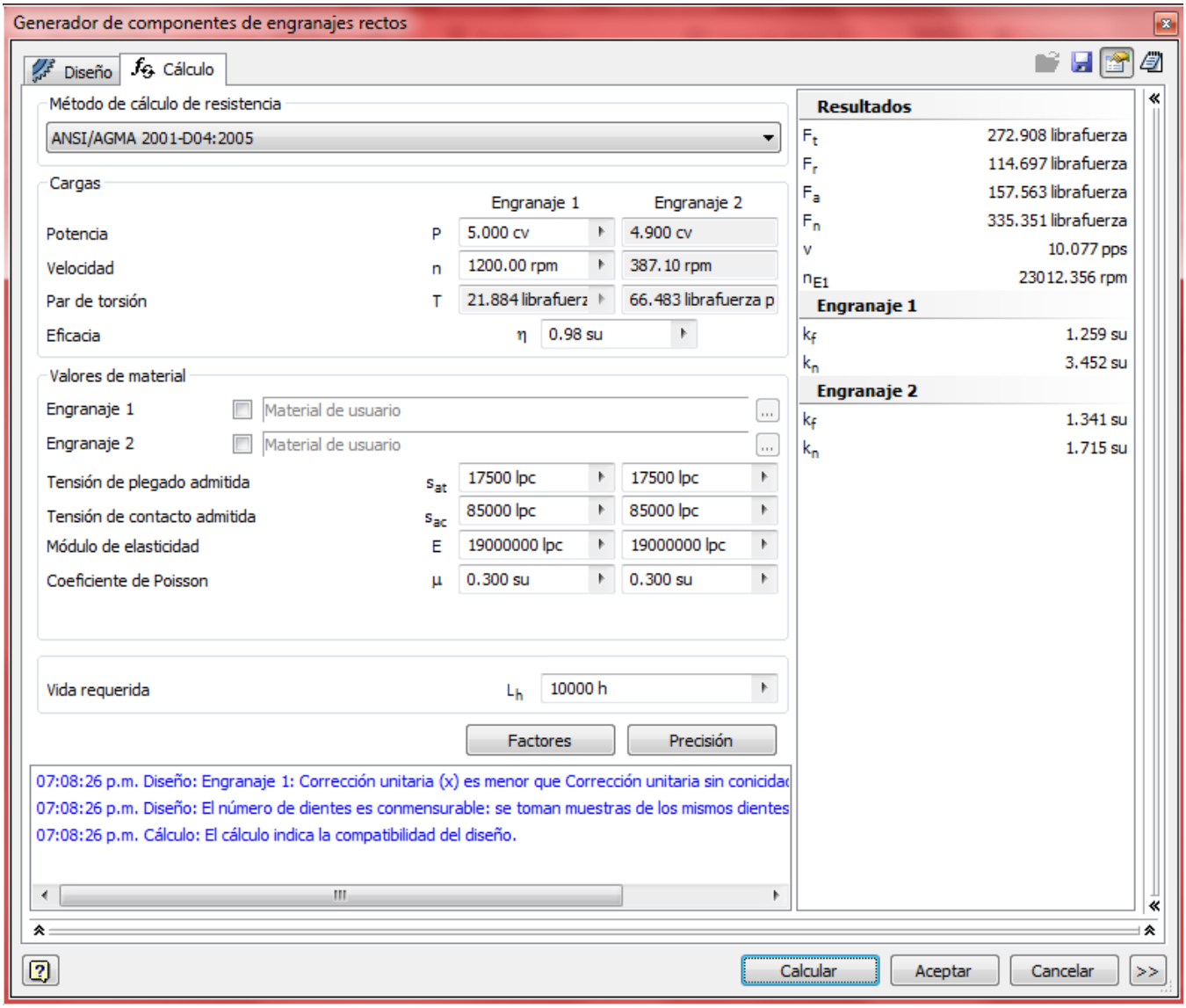


Fig.4.6 Ventana de cálculo del generador de componentes

Método del cálculo de resistencia.

Para la ventanilla del método de cálculo de resistencia el programa lo realiza en base a distintas normas y métodos de diseño opcionales entre los que destacan el método de ANSI/AGMA 2001-D04:2005, ISO 6336:1996, DIN 3990:1998 y métodos como el método de Merrit, entre otros.

Especificación de las cargas.

La potencia que se pretende transmitir con un acoplamiento de engranes y la velocidad del engrane motriz se debe especificar en este apartado. También se debe especificar la eficiencia del acoplamiento de engranes. Con estos datos el programa calcula la potencia y velocidad del engrane impulsado y el par de torsión de los dos engranes.

Valores del material.

Los valores del material se asignan en este apartado, en el se pueden asignar los valores del esfuerzo admisible que se manejan en el diseño de engranes, estos valores deben ser introducidos para los dos engranes. También el programa muestra una biblioteca con materiales que se pueden utilizar para esta opción si así lo requiera.

Materiales de engranaje

Material	Norma	Tratamiento térmico	s_{ac} [lpc]	s_{at} [lpc]	E [lpc]	μ [ul]	Desc.
Introducir texto aquí	Introducir...	Introducir texto aquí	Introducir tex...	Introducir tex...	Introducir...	Introducir t...	Introducir texto aquí
Hierro fundido gris de clase 30	ANSI		70000	8500	13200000	0.25	Hierro fundido gris de clase 30
Hierro fundido gris de clase 40	ANSI		80000	13000	15200000	0.25	Hierro fundido gris de clase 30
Hierro fundido gris de clase 45	ANSI		85000	15000	16400000	0.25	Hierro fundido gris de clase 30
hierro fundido nodular	ANSI		80000	25000	24500000	0.2	hierro fundido nodular
hierro fundido nodular	ANSI		95000	30000	24500000	0.2	hierro fundido nodular
hierro fundido nodular	ANSI	tratado térmicamente	100000	32000	24500000	0.2	hierro fundido nodular
hierro fundido maleable	ANSI	normalizado	70000	22000	23500000	0.3	hierro fundido maleable
acero fundido al carbono	ANSI	normalizado	60000	24000	29900000	0.3	acero fundido al carbono
acero fundido al carbono	ANSI	normalizado	70000	26000	29900000	0.3	acero fundido al carbono
acero fundido al carbono	ANSI	cara de diente templada	160000	22000	29900000	0.3	acero fundido al carbono
36Mn5	ANSI	normalizado	85000	28000	29900000	0.3	acero fundido aleado
36Mn5	ANSI	tratado térmicamente	90000	29000	29900000	0.3	acero fundido aleado
36Mn5	ANSI	cara de diente templada	170000	22000	29900000	0.3	acero fundido aleado
17CrMoV5 11	ANSI	normalizado	90000	27000	29900000	0.3	acero fundido aleado
17CrMoV5 11	ANSI	tratado térmicamente	110000	30000	29900000	0.3	acero fundido aleado
30CrMoV6 4	ANSI	tratado térmicamente	140000	40000	29900000	0.3	acero fundido aleado
A572-Grado 50	ANSI		80000	24000	29900000	0.3	acero para construcciones

Fig. 4.7 Valores del material que pueden ser encontrados al pinchar en la ventana de cálculo, en la opción material de engranaje 1 y 2

Factores de corrección y precisión.

La tabla de factores de corrección se especifica pinchando en la ventanilla “Factores”, en esta opción se despliegan los valores de los factores de corrección que han sido obtenidos para el cálculo de los esfuerzos. Algunos factores presentan una interfaz, esto permite que el usuario pueda cambiar el valor que por defecto da el programa, todo esto en función de los requerimientos que exija el diseño.

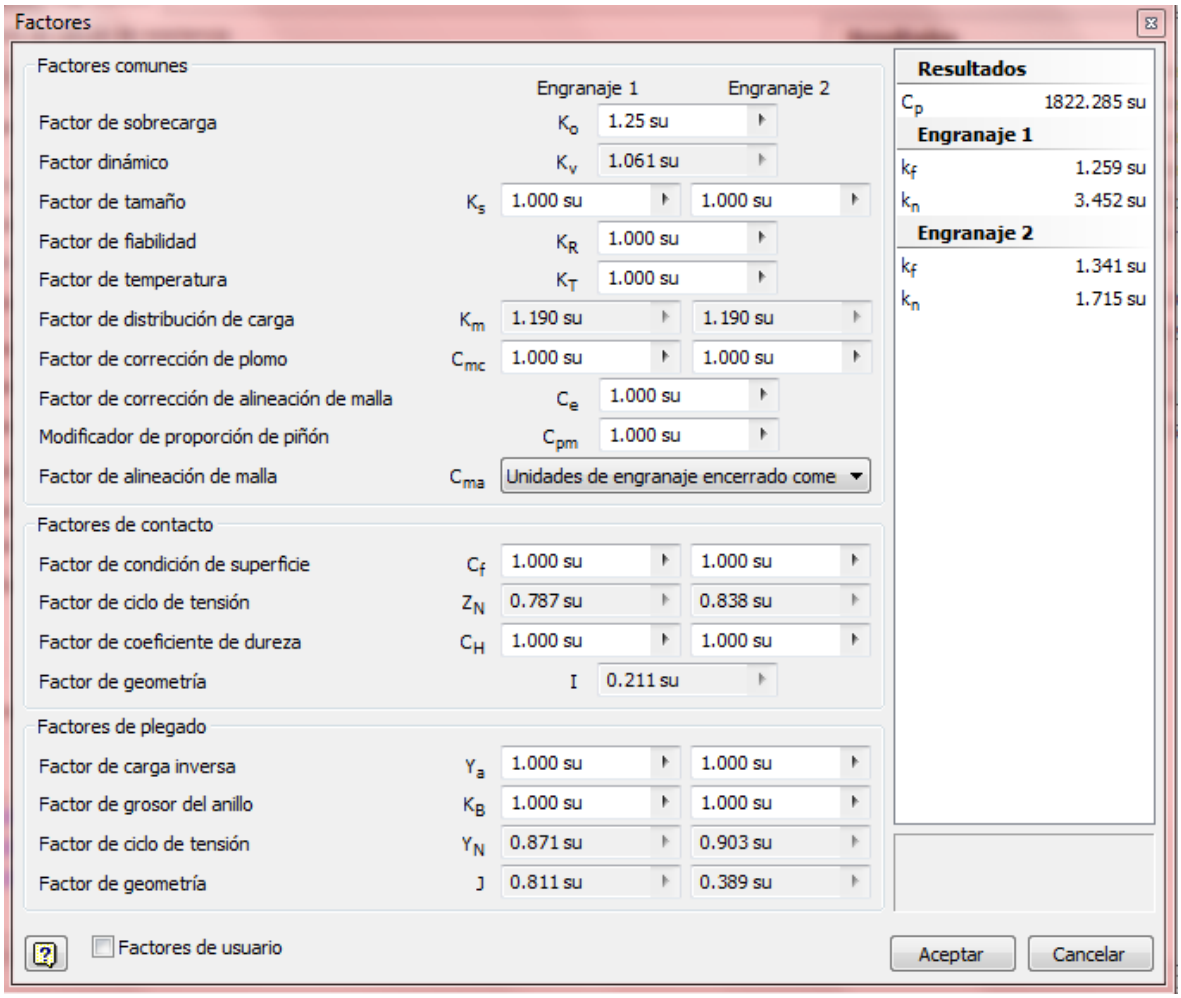


Fig. 4.8 Factores de corrección

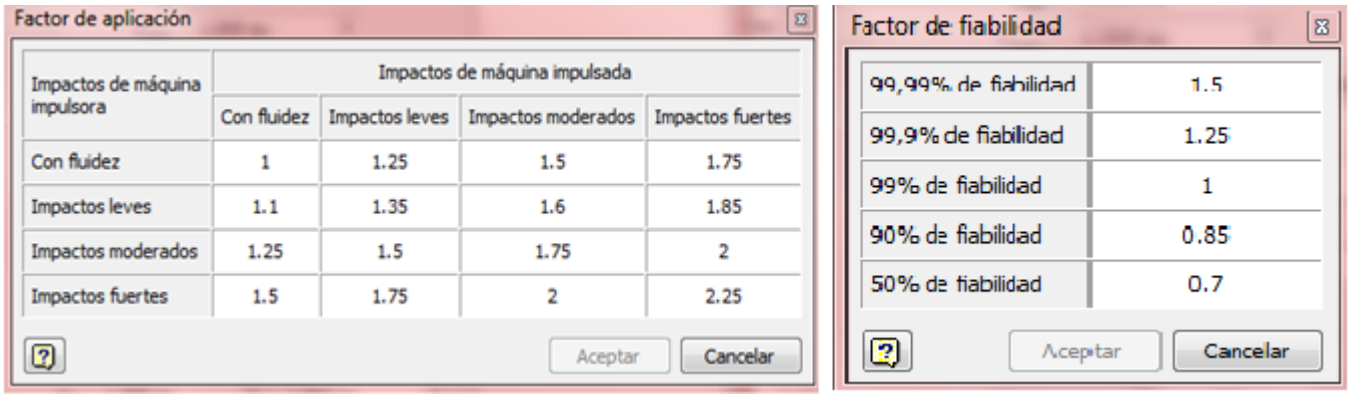


Fig. 4.9 Interfaz del factor de sobrecarga Ko y del factor de factor de fiabilidad KR

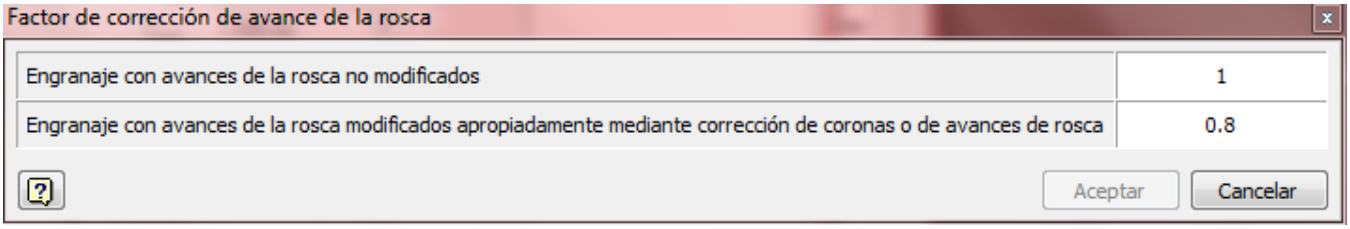


Fig. 4.10 Interfaz del factor de avance de la rosca Cmc.

Los valores de precisión están dados en cuanto a normas AGMA e ISO y el número de precisión se especifica en la opción “precisión”, ahí se puede cambiar el grado de precisión del acoplamiento en función de las normas mencionadas.

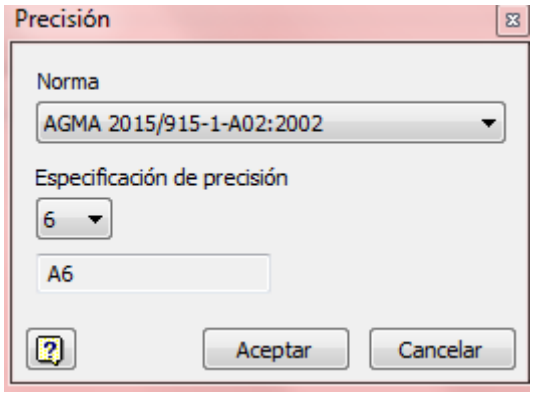
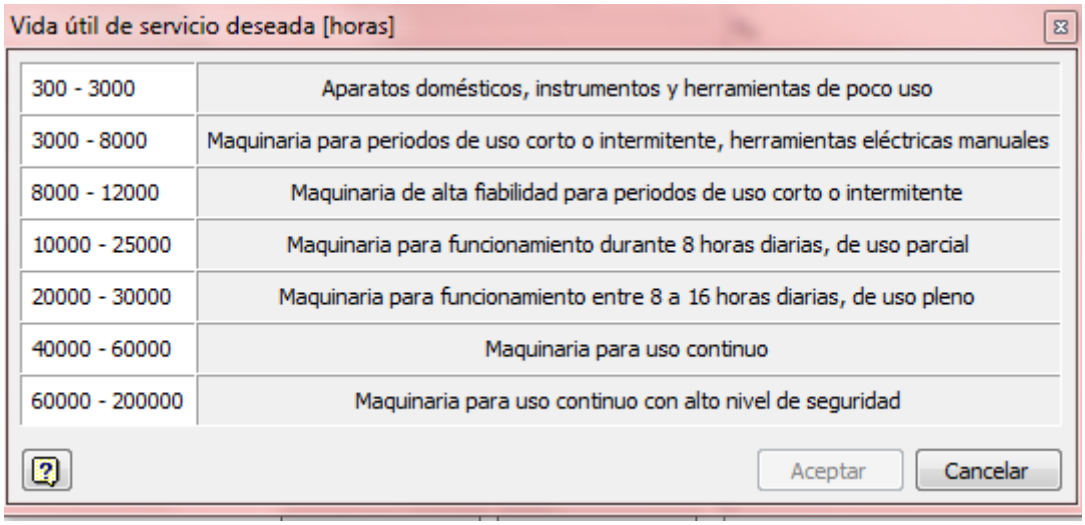


Fig. 4.11 Valores de precisión.

Vida requerida.

El factor de vida requerida se especifica en el apartado, se puede tomar en cuenta la interfaz que el programa presenta, pero, para el caso del diseño de engranes helicoidales que nosotros realizaremos, el factor de vida será 10000 hr.

Fig. 4.12 Interfaz del factor de vida.



Resultados

Los valores de los resultados se muestran en la parte derecha de la ventana, tanto de diseño (fig. 4.4) como de cálculo (Fig. 4.6) y en ella se pueden observar los parámetros que el programa calcula con base en los datos de entrada dados por el usuario, el programa calcula las dimensiones de los dos engranes (ventana de diseño) y los cargas existentes así como los factores de seguridad para cada uno de los engranes.

La parte inferior de las dos ventanas muestran las condiciones del cálculo y el diseño. Si no existe falla en el diseño se puede proceder al creado del acoplamiento en 3D.

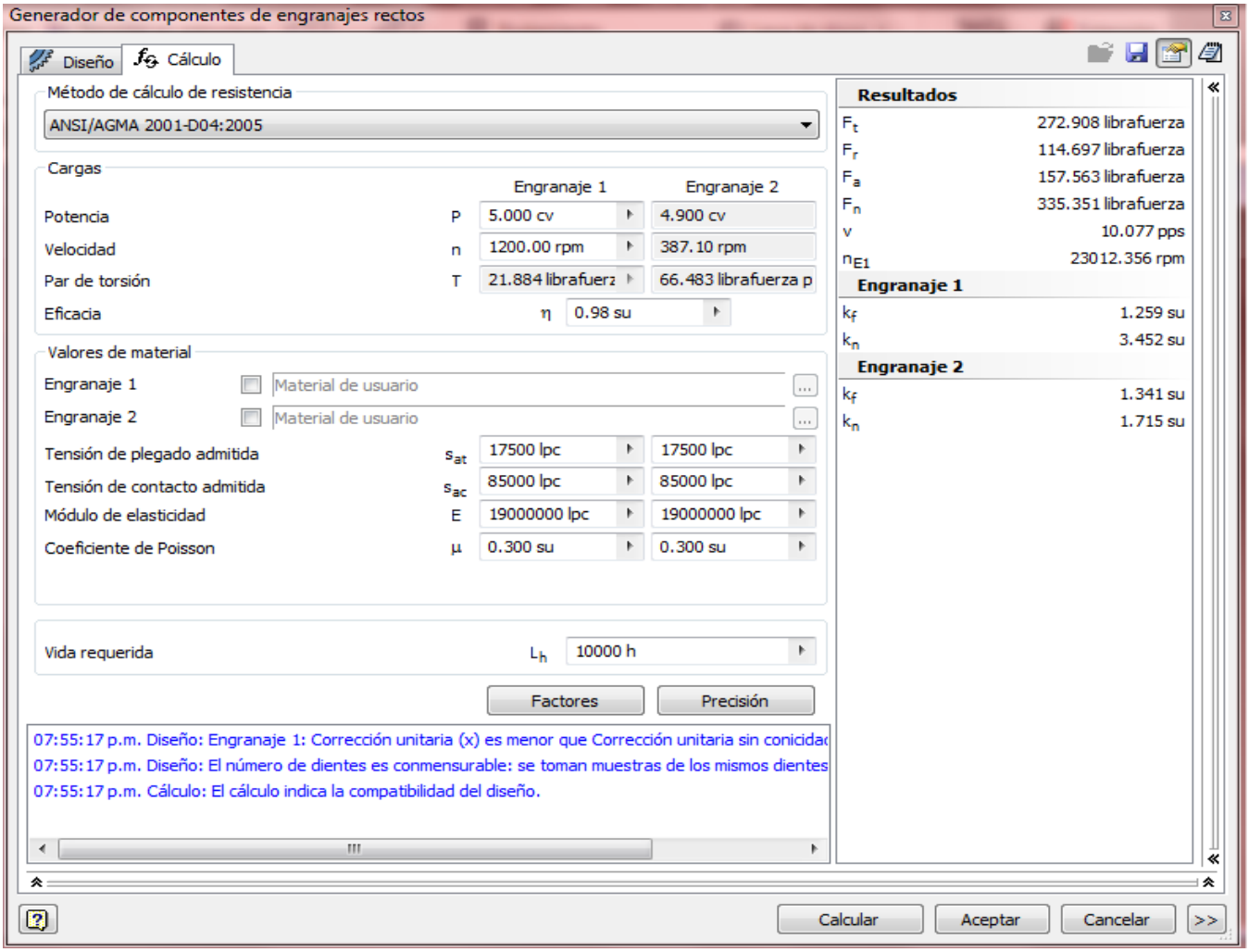


Figura 4.11 Ventana de cálculo, en la parte superior derecha se muestran los resultados obtenidos y en la parte de abajo (letras pequeñas), se muestran las condiciones del diseño, si existe compatibilidad en diseño a partir del cálculo se puede iniciar la creación del engranaje en 3D

4.2 Creación del diseño en 3D

Ya que se ha verificado el diseño del engrane, esto es que exista compatibilidad en el diseño como se muestra en la parte inferior de la figura 4.9. Lo que sigue es pinchar en aceptar y listo, el programa nos enviara a una ventana de ensamblaje y nos mostrara el acoplamiento de engranes en 3D.

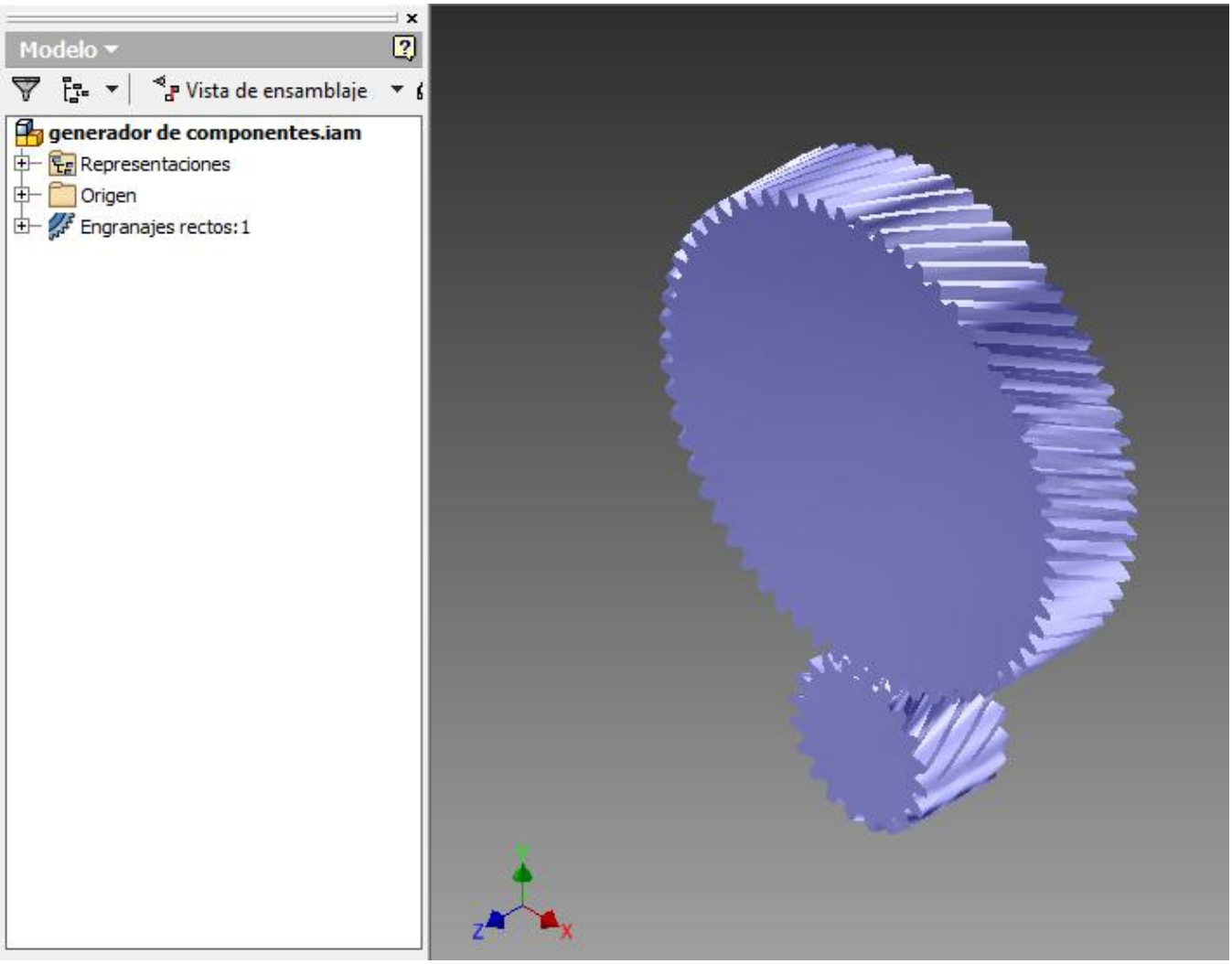


Fig. 4.12 Se muestra el acoplamiento de engranes en 3D.

Al ser un archivo de ensamble este también puede ser editado, animado y ensamblado con otros mecanismos diseñados, si se quiere volver a editar solo es cuestión de hacer click derecho sobre de él y veremos la opción editar con el acelerador del diseño y el programa nos regresara a la ventana del generador de componentes para poder cambiar los parámetros del diseño.

4.3 Cálculos con base en la resistencia del material.

En esta sección se aplicará el acelerador del diseño de Autodesk Inventor para resolver por este medio los problemas enfocados al diseño de engranes helicoidales. Se resolverán los tres ejemplos del capítulo anterior y se modelara el diseño del par de engranes en 3D. Así también se analizaran y se compararan los resultados obtenidos.

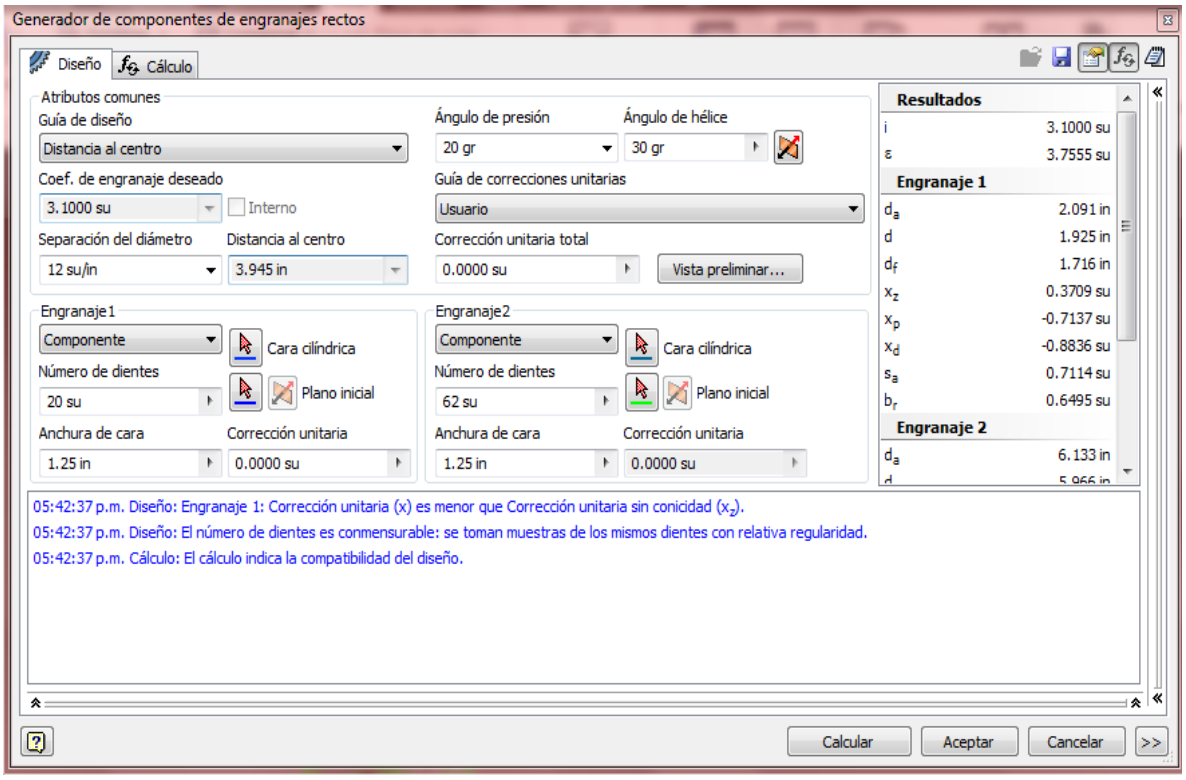
Ejemplo de diseño 1.

Diseñe un par de engranes helicoidales para transmitir 5 Hp mientras el piñon gira a 1200 rpm. El engrane mueve a un compresor alterno y debe girar entre 385 y 390 rpm.

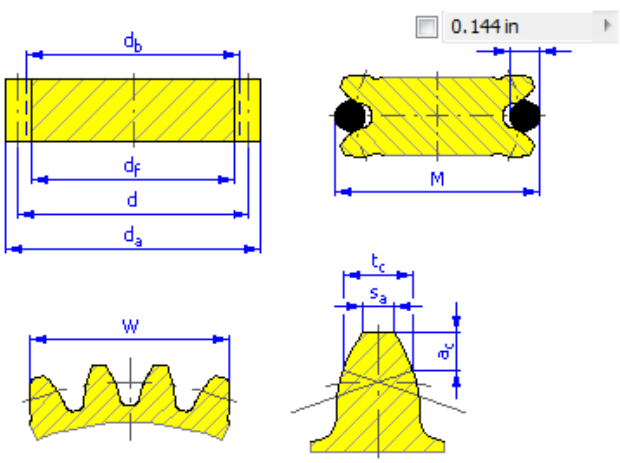
De acuerdo a los resultados obtenidos en el capitulo anterior:

	Piñon	Engrane
Numero de dientes	20 dts	62 dts
Paso diametral normal	12	12
Angulo de Presión	20°	20°
Diámetro de Paso	1.9245	5.9215 plg
Diámetro de base	1.7742 plg	5.4592
Paso diametral	10.3923 plg	10.3923 plg
Flanco	1.25 plg	1.25 plg
Adendo	0.0833 plg	0.0833 plg
Dedendo	0.1041 plg	0.1041
Distancia de centros	3.923 plg	

Datos del diseño.

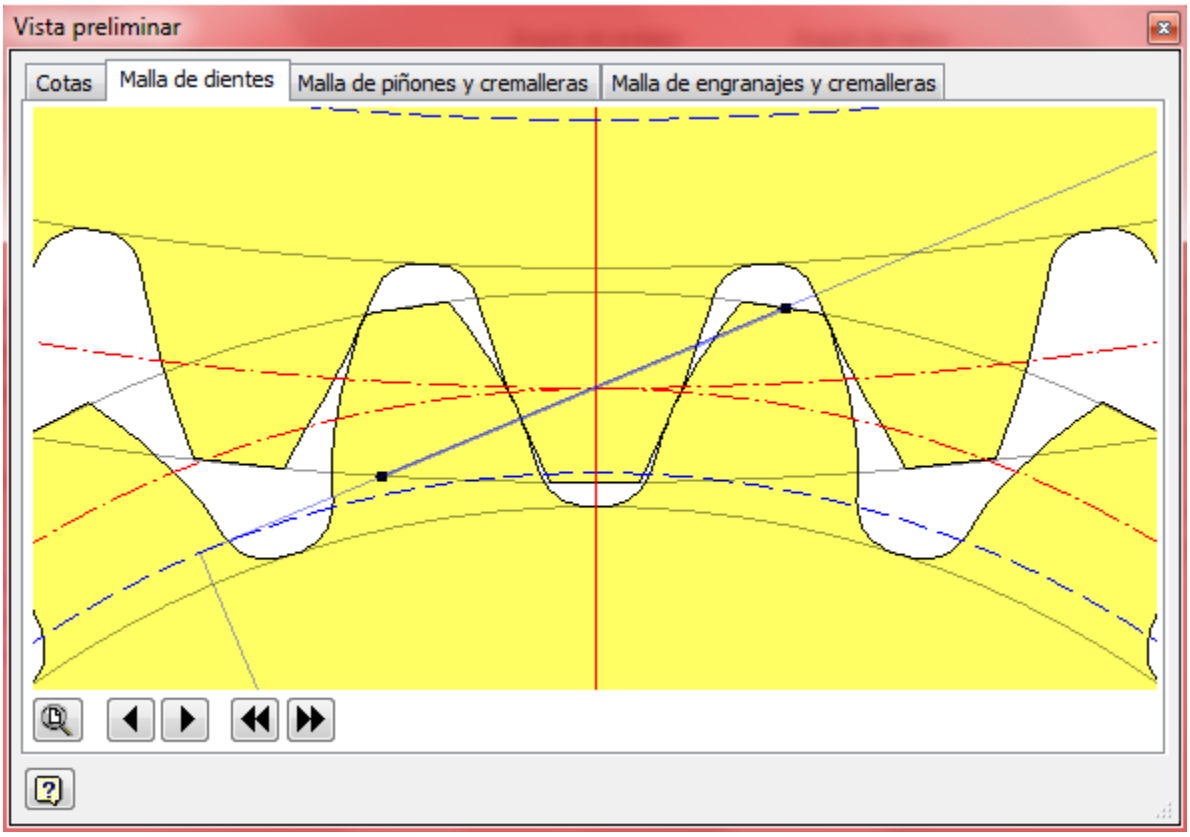


De la vista preliminar tenemos los siguientes resultados.



	Engrane 1	Engrane 2
p_{tb}	0.279 in	0.279 in
p	0.262 in	0.262 in
p_t	0.302 in	0.302 in
a	3.945 in	3.945 in
α_t	22.7959 gr	22.7959 gr
α_w	20.0000 gr	20.0000 gr
α_{tw}	22.7959 gr	22.7959 gr
d	1.925 in	5.966 in
d_b	1.774 in	5.500 in
d_f	1.716 in	5.758 in
d_a	2.091 in	6.133 in
W	0.896 in	2.692 in
z_w	4.000 su	11.000 su
M	2.125 in	6.170 in
t_c	0.116 in	0.116 in
a_c	0.062 in	0.062 in

Accion de los los engranes acoplados.



Datos del calculo.

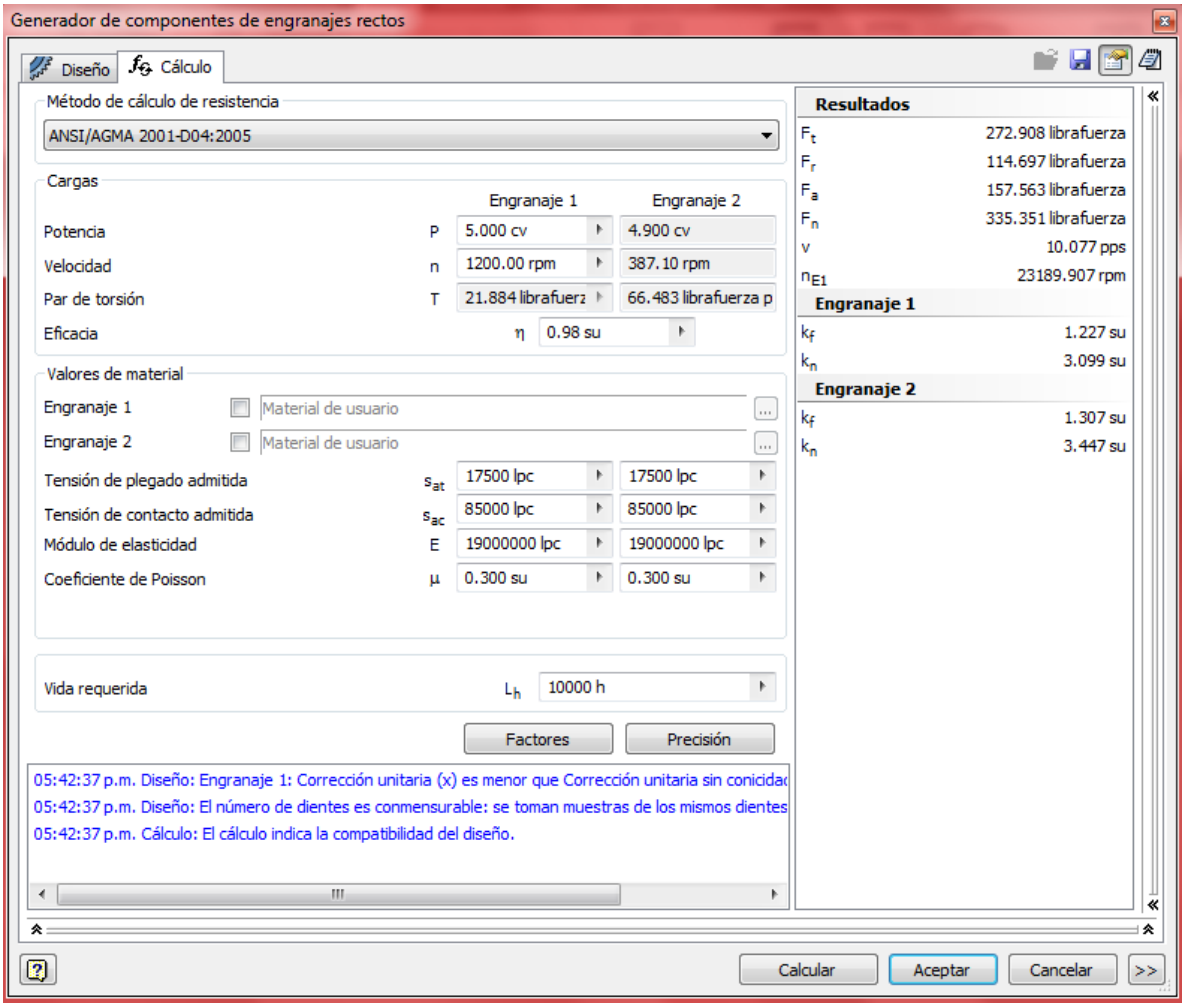
Resultados del capitulo anterior.

$W_t = 272.908\ lb$

$W_r = 114.694\ lb$

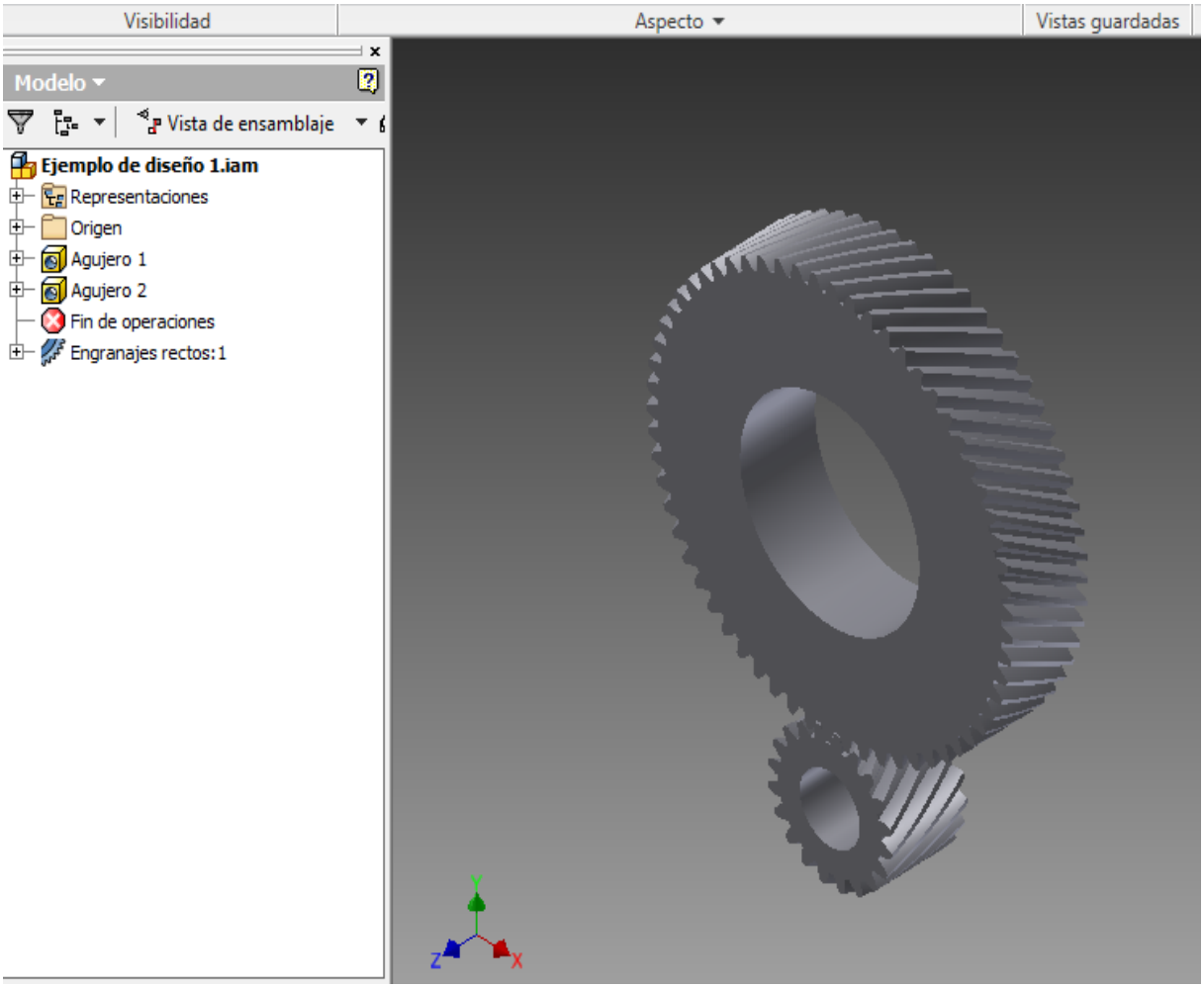
$W_x = 157.564\ lb$

$V_p = 604.6\ pies/min$



Los resultados son aproximados de acuerdo al realizado con el programa y a los resultados obtenidos manualmente. Ademas en el caso del diseño con el programa el calculo indica compatibilidad en el diseño.

Modelado 3D.



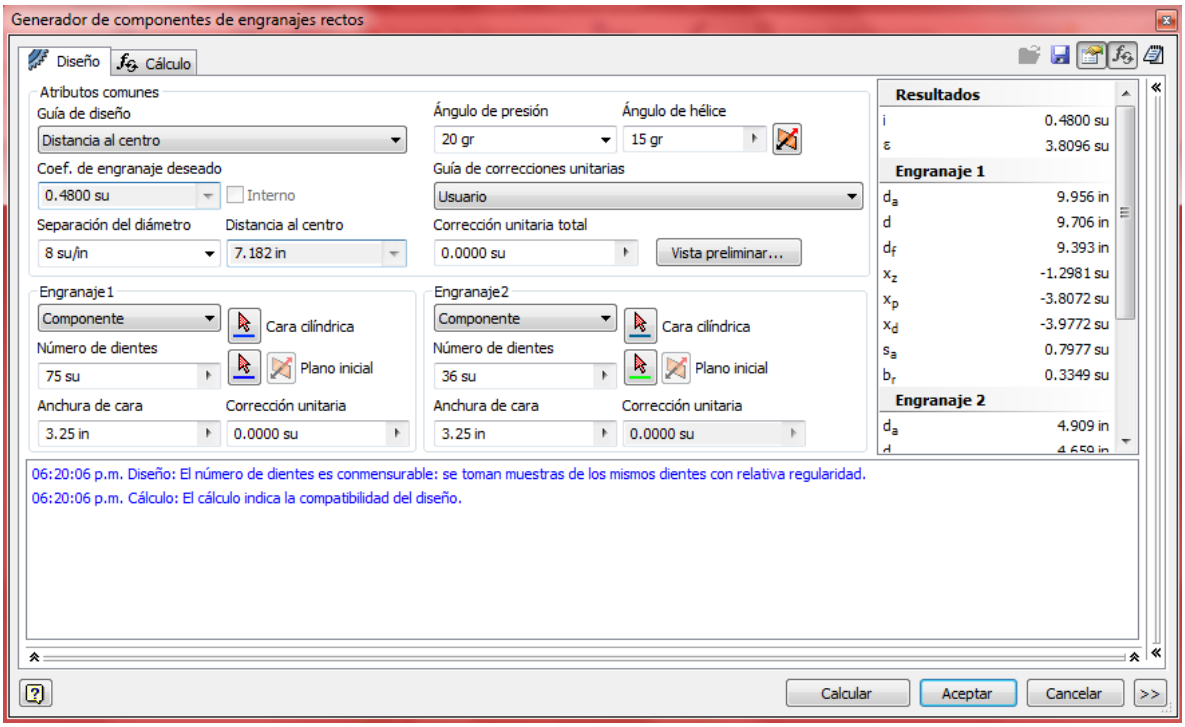
Ejemplo de diseño 2

Un motor industrial de cuatro cilindros entrega 75 Hp, al engrane de helicoidal de un reductor de velocidad, el motor trabaja a 2200 rpm. El engrane helicoidal mueve a una astilladora de madera, con la cual se preparan astillas para la fabricación de papel. El engrane de salida debe girar entre 4500 y 4600 rpm.

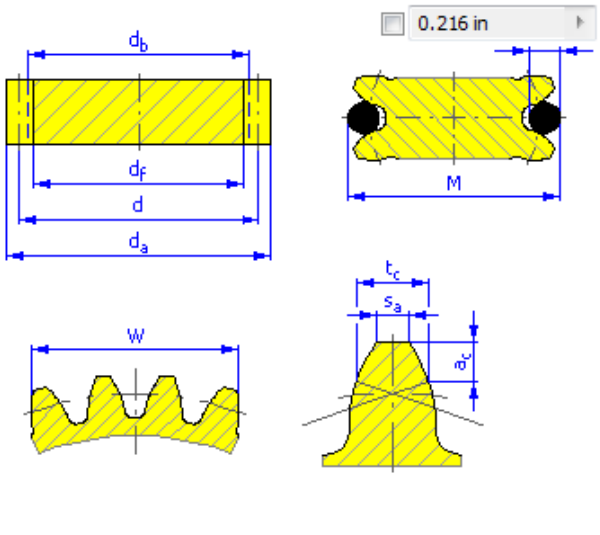
De acuerdo a los resultados del capítulo anterior.

	Engrane motriz	Engrane impulsado
Numero de dientes	75 dts	36 dts
Paso diametral normal	8	8
Angulo de Presión	20°	20°
Diámetro de Paso	9.7057 plg	4.6418 plg
Diámetro de base	4.5413 plg	4.3438 plg
Paso diametral	7.7274 plg	7.7274 plg
Flanco	3.25 plg	3.25 plg
Adendo	0.125 plg	0.125 plg
Dedendo	0.156 plg	0.156 plg
Distancia de centros	7.1737 plg	

Datos del diseño.

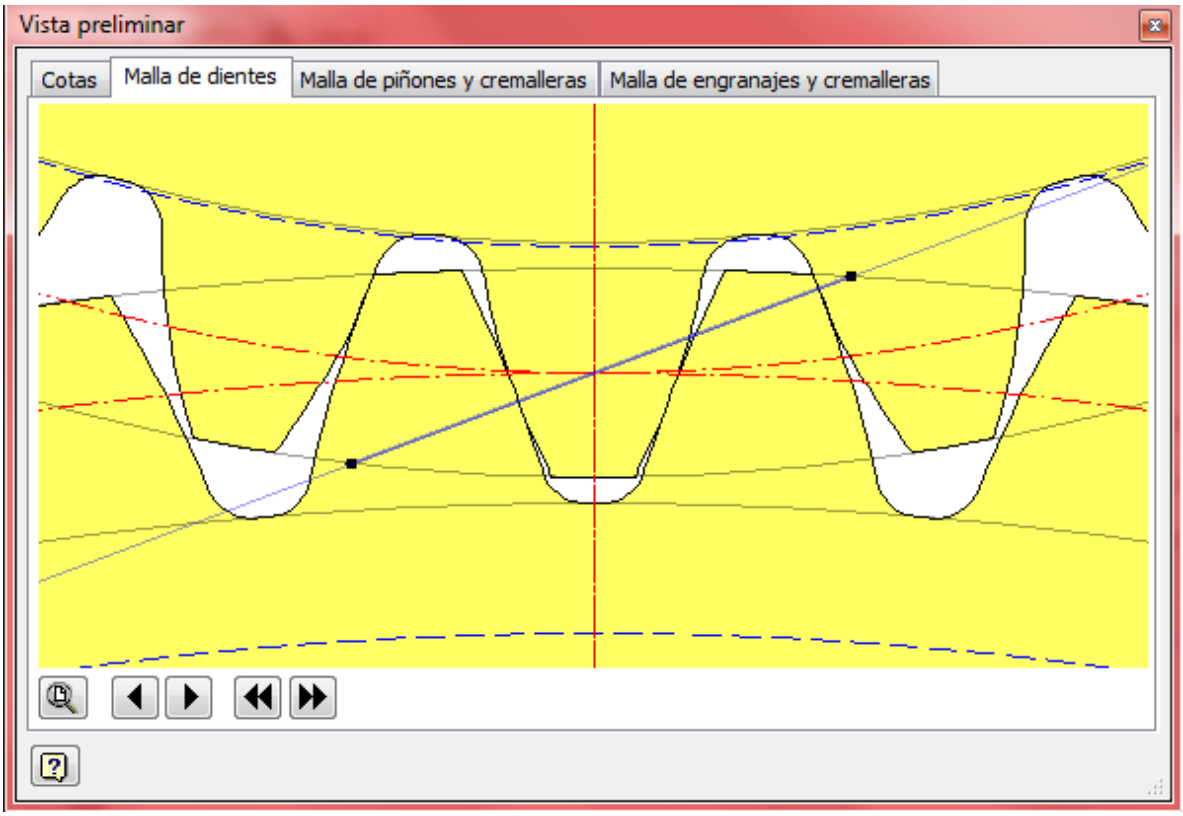


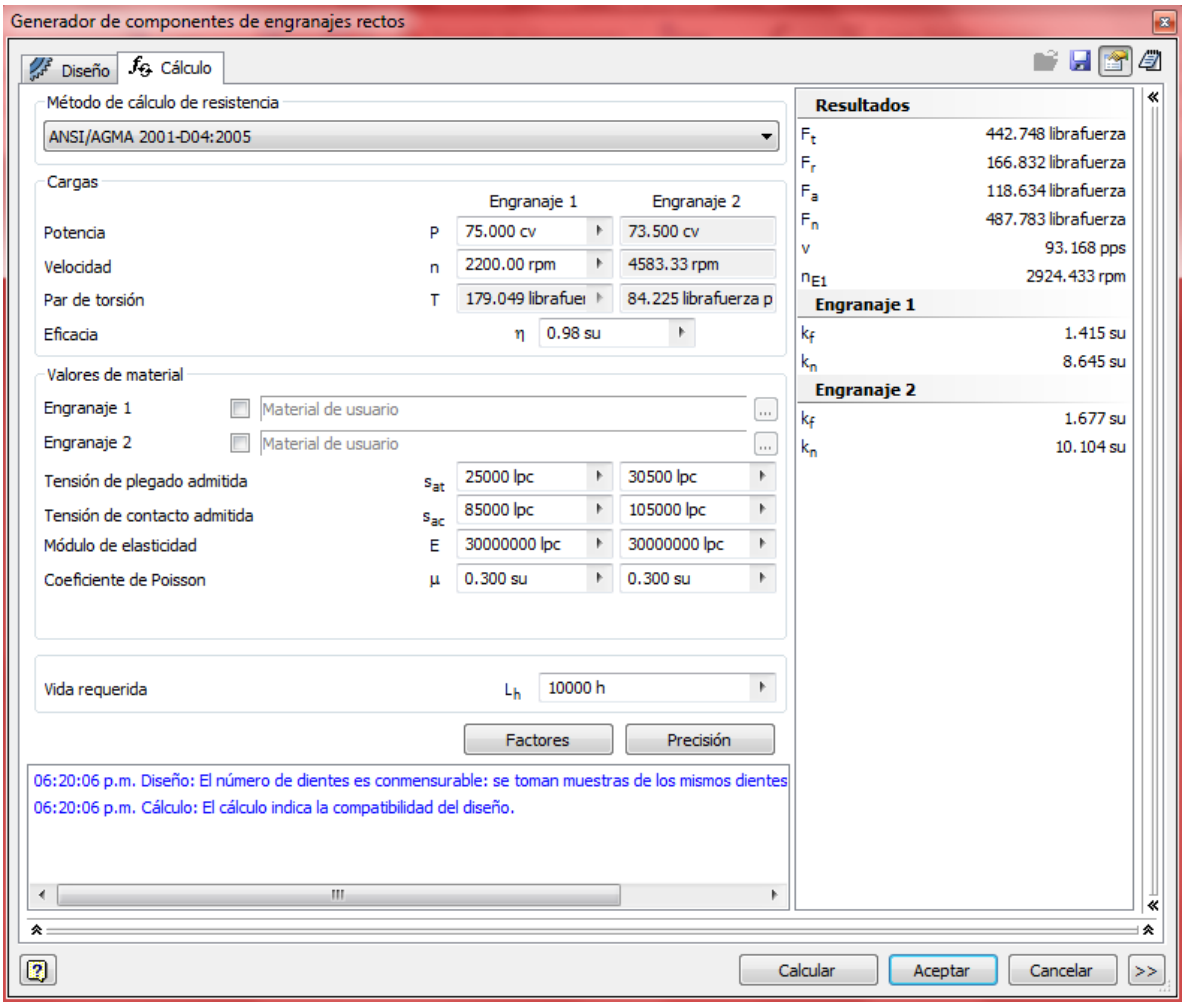
De la vista preliminar tenemos los siguientes resultados.



	Engrane 1	Engrane 2
p_{tb}	0.380 in	0.380 in
p	0.393 in	0.393 in
p_t	0.407 in	0.407 in
a	7.182 in	7.182 in
α_t	20.6469 gr	20.6469 gr
α_w	20.0000 gr	20.0000 gr
α_{tw}	20.6469 gr	20.6469 gr
d	9.706 in	4.659 in
d_b	9.082 in	4.360 in
d_f	9.393 in	4.346 in
d_a	9.956 in	4.909 in
W	3.651 in	1.730 in
z_w	10.000 su	5.000 su
M	10.009 in	4.957 in
t_c	0.173 in	0.173 in
a_c	0.093 in	0.093 in

Acción de los engranes acoplados.





Del problema anterior los resultados de las fuerzas son:

$W_t = 442.749\ lb$

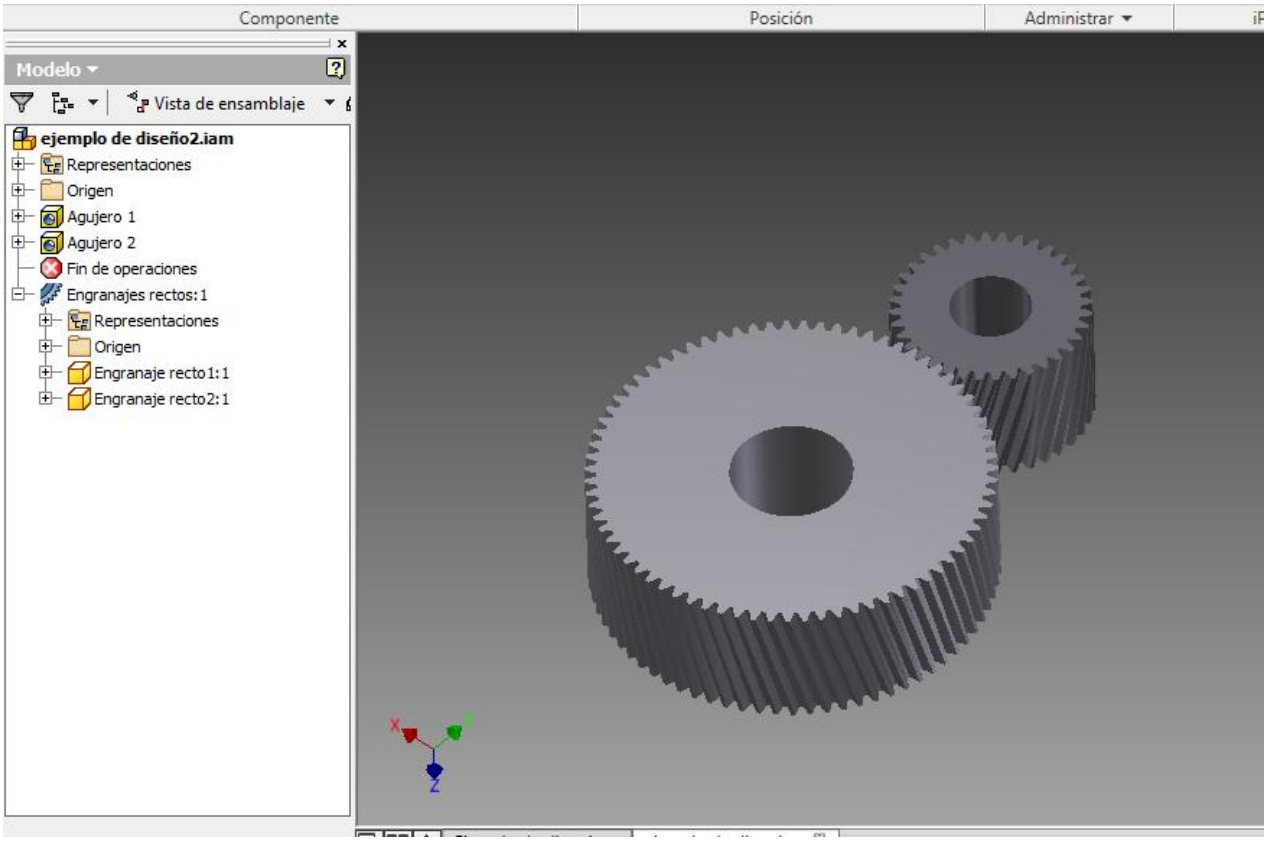
$W_r = 114.664\ lb$

$W_x = 157.564\ lb$

$V_p = 5590.08\ pies/min$

Los resultados del diseño manual y el realizado con el programa son aproximados y el diseño es compatible con el calculo.

Modelado 3D.


Componente
Posición
Administrar
Modelo
Vista de ensamblaje
ejemplo de diseño2.iam
Representaciones
Origen
Agujero 1
Agujero 2
Fin de operaciones
Engranajes rectos: 1
Representaciones
Origen
Engranaje recto 1: 1
Engranaje recto 2: 1

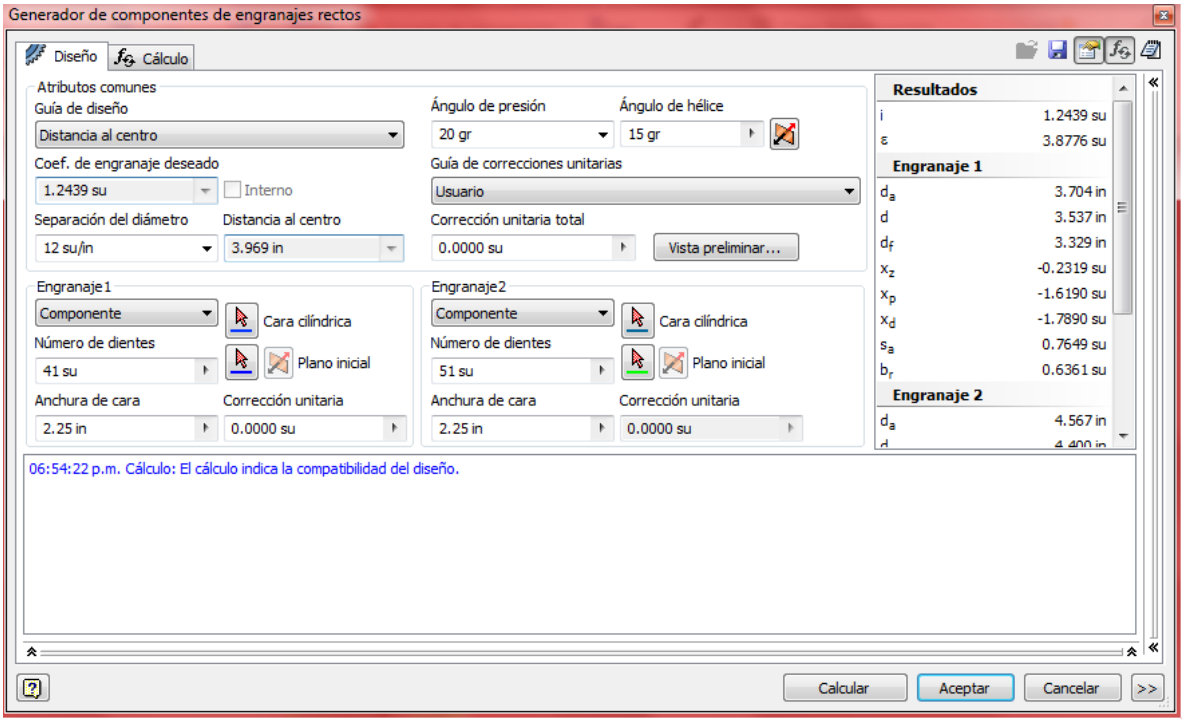
Ejemplo de diseño 3

Una turbina hidráulica transmite 15Hp a un par de engranes helicoidales a 4500 rpm. La salida del par de engranes debe impulsar a un generador eléctrico a 3600 rpm. La distancia entre centros del par de engranes no debe ser mayor que 4 plg.

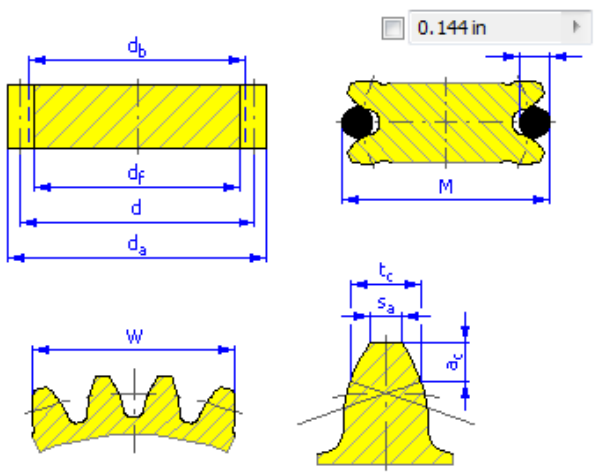
Resultados correspondientes al diseño manual obtenidos en el capitulo anterior**.**

	Piñon	Engrane
Numero de dientes	41 dts	51 dts
Paso diametral normal	12	12
Angulo de Presión	20°	20°
Diámetro de Paso	3.5372 plg	4.399 plg
Diámetro de base	3.31 plg	4.1164 plg
Paso diametral	11.5911 plg	11.5911 plg
Flanco	2.25 plg	2.25 plg
Adendo	0.0833 plg	0.0833 plg
Dedendo	0.1041 plg	0.1041
Distancia de centros	3.96 plg	

Datos del diseño.

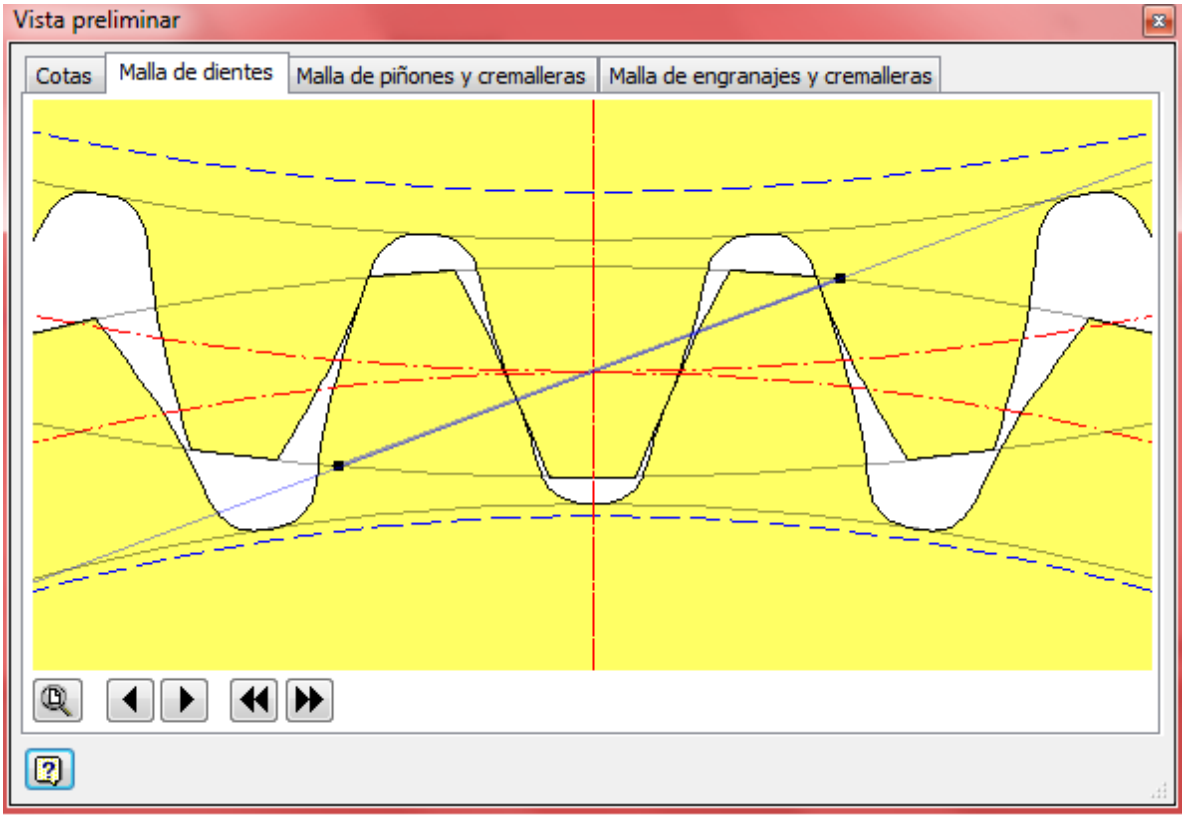


De la vista preliminar tenemos los siguientes resultados.

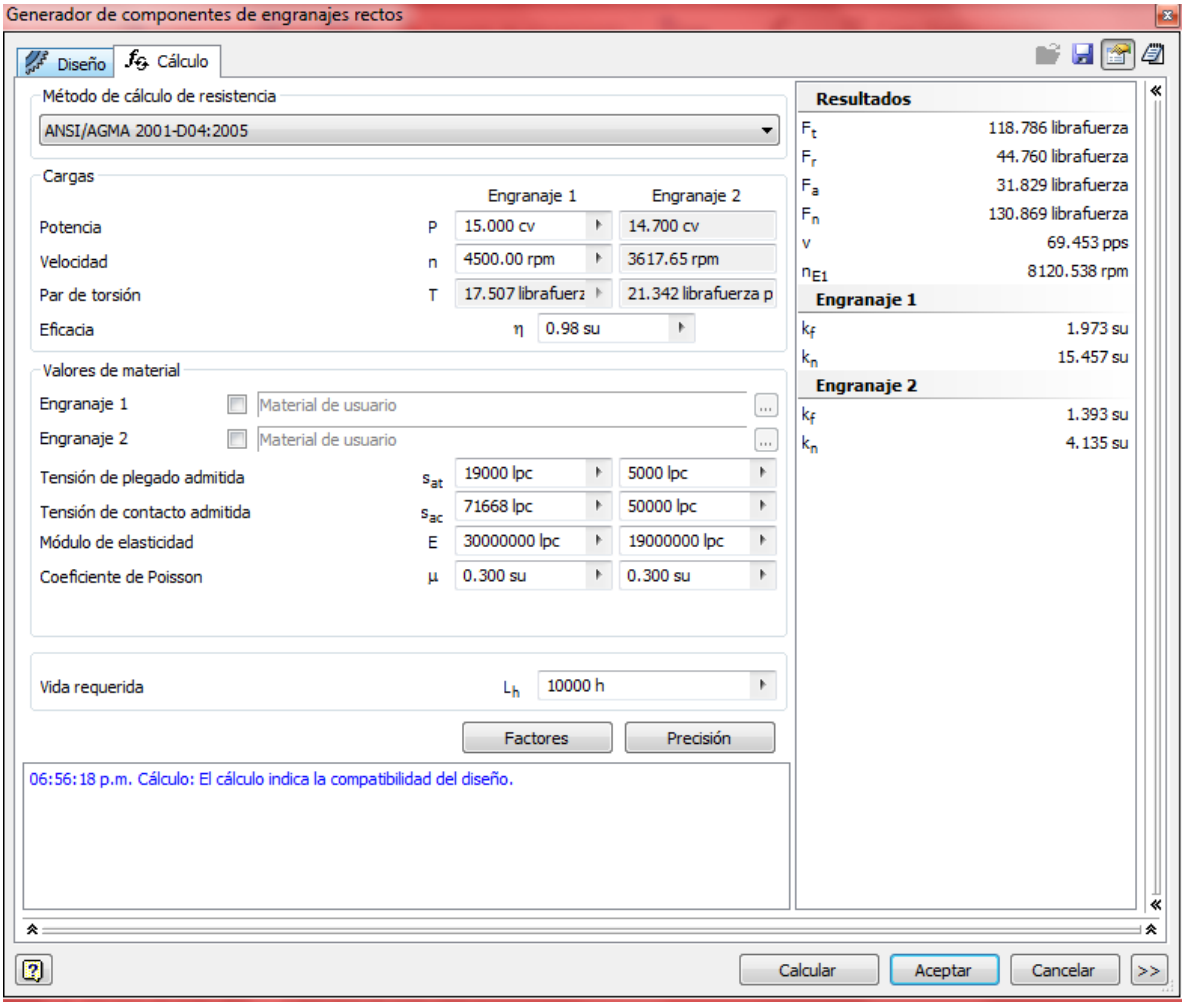


	Engrane 1		Engrane 2
p_{tb}	0.254 in	p_{tb}	0.254 in
p	0.262 in	p	0.262 in
p_t	0.271 in	p_t	0.271 in
a	3.969 in	a	3.969 in
α_t	20.6469 gr	α_t	20.6469 gr
α_w	20.0000 gr	α_w	20.0000 gr
α_{tw}	20.6469 gr	α_{tw}	20.6469 gr
d	3.537 in	d	4.400 in
d_b	3.310 in	d_b	4.117 in
d_f	3.329 in	d_f	4.192 in
d_a	3.704 in	d_a	4.567 in
W	1.406 in	W	1.665 in
z_w	6.000 su	z_w	7.000 su
M	3.737 in	M	4.601 in
t_c	0.116 in	t_c	0.116 in
a_c	0.062 in	a_c	0.062 in

Acción de los dientes del engrane.



Resultados del calculo.



Del problema anterior los resultados de las fuerzas son:

$W_t = 118.786\ lb$

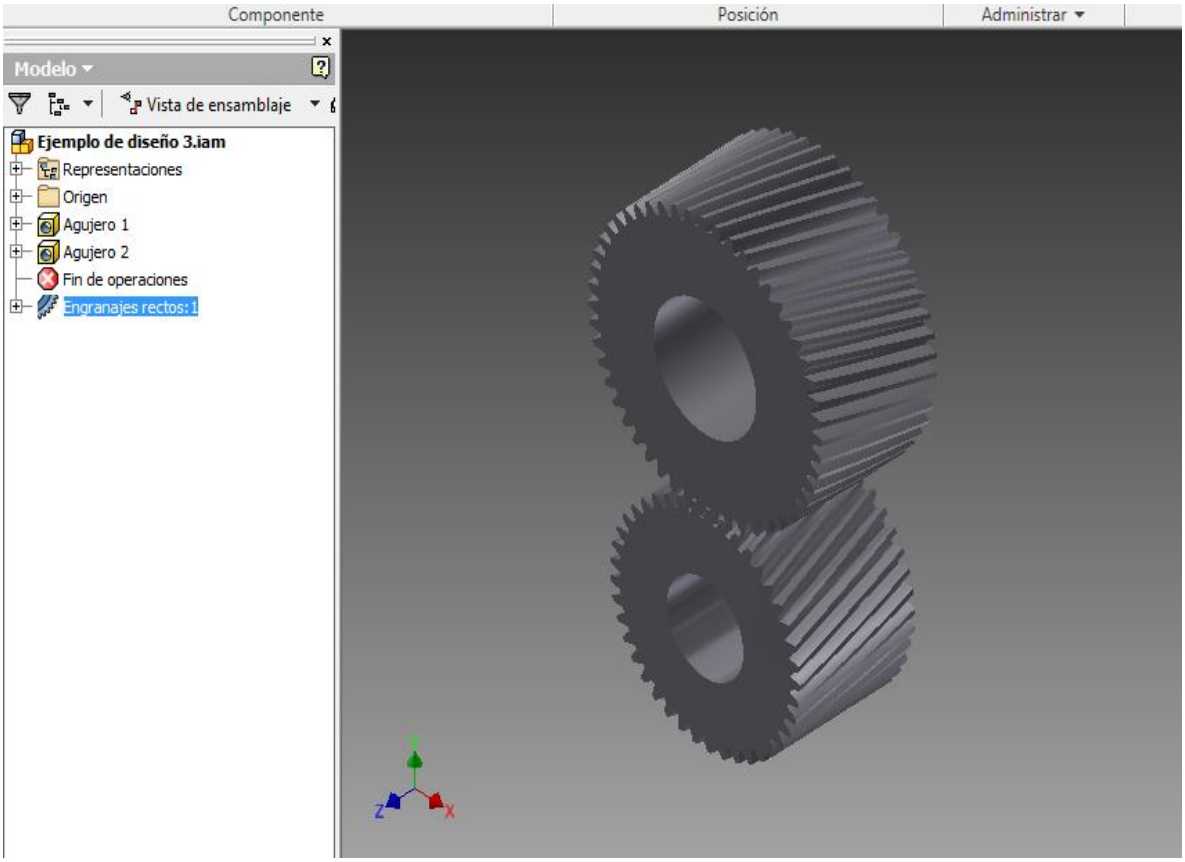
$W_r = 44.7597\ lb$

$W_x = 31.828\ \ lb$

$V_p = \ 4167.17\ pies/min$

Los resultados del diseño manual y el realizado con el programa son aproximados y el diseño es compatible con el calculo.

Modelado 3D


Componente
Posición
Administrar
Modelo
Vista de ensamblaje
Ejemplo de diseño 3.iam
Representaciones
Origen
Agujero 1
Agujero 2
Fin de operaciones
Engranajes rectos:1
Z
X

Conclusiones.

- Los engranes helicoidales se utilizados para transmitir potencia y movimiento en ejes paralelos y perpendiculares, son uno de los tipos de engranes más utilizados a nivel mundial, ya que debido a su geometría proporcionan distintas ventajas en comparación con otros engranes por ejemplo rectos, que son los que se utilizan en condiciones similares, entre algunas ventajas que se pueden tener es: poco ruido, se manejan grandes velocidades y las capacidades de carga son mayores, etc. Pero estos presentan una carga de empuje axial que se considera como desventaja en comparación con los engranes rectos.

- El diseño de engranes helicoidales representa un proceso iterativo y por lo tanto para un solo problema, pueden existir varias soluciones adecuadas. El método de diseño de engranes (Flexión y desgaste) de la AGMA, representa uno de los métodos de diseño más utilizados y confiables en el mundo del diseño mecánico, y aunque es un método largo y tedioso existen otras herramientas que nos permiten elaborar un diseño de una manera más rápida y con la misma confiabilidad que haciéndolo manualmente, tal es el caso del diseño asistido por computadora.

- El uso del diseño asistido por computadora se considera uno de los aspectos fundamentales de este trabajo, ya que se simplifica el proceso manual de la realización del diseño, de otra manera seria largo y tedioso.

- Autodesk inventor permite el diseño de engranes helicoidales de una manera fácil y en un entorno familiarizable para el usuario, además cumple con todas las especificaciones determinadas en los procesos de la vida real, lo que lo convierte en una herramienta muy poderosa para el diseño, con Autodesk Inventor se ahorra mucho tiempo en la elaboración de los diseños de engranes helicoidales.

Bibliografía

[1] Diseño de elementos de maquinas, Robert L. Mott, cuarta edición.

[2] Diseño en ingeniería mecánica, Shigley y Mitchell, Cuarta edición.

[3] Manual de engranajes, Darle W. Dudley, Primera edición.

[4] Diseño de elementos de maquinas, teoría y práctica, Deutchsman, Wilson y Mitchell, Cuarta edición.

Artículos relacionados.

[5] Elementos de maquinas, Antonio Javier Nieto Quirona, Universidad de Castilla-La Mancha.

[6] Trenes de engranajes, Academia de análisis mecánico, DSM, DIN, FIME, UANL.

[7] Breve y parcial historia de los engranes, Manuel G. Rodríguez, Moisés Hinojosa R., Ubaldo Ortiz M.

[8] Reductor de velocidad con engranes helicoidales Marco Andrés Domínguez Díaz.